

**КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ
ГОМОГЕННОЙ СМЕСИ В ПРИМЕНЕНИИ
К ИССЛЕДОВАНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ
УДАРНОЙ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ
В ВОДОРОДНО-ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ**

Д. А. Тукмаков

**FINITE DIFFERENCE DYNAMICS MODEL
OF A HOMOGENEOUS MIXTURE IN APPLICATION
TO THE STUDY OF THE LARGE INTENSITY
OF THE SHOCK WAVE IN A HYDROGEN-AIR ENVIRONMENT**

D. A. Tukmakov

Аннотация. *Предмет и цель работы.* В связи с развитием энергетики актуальным направлением исследования является изучение течений в сложных средах, состоящих из газов с разными физическими свойствами. Смеси газов также применяются в газоразрядных лазерах, где возникает необходимость моделировать динамические процессы в смесях. В водородной энергетике при эксплуатации агрегатов, емкостей и трубопроводов происходят ударно-волновые истечения водорода в воздух с возможным последующим отражением ударной волны от твердой поверхности. Отличие математических моделей ударно-волновых течений заключается в том, что необходимо учитывать сжимаемость среды. Целью данной работы является алгоритмизация для программной реализации явного конечно-разного метода, примененного к решению уравнений математической модели динамики гомогенной смеси, позволяющей описывать нелинейные волновые процессы в смеси вязких, сжимаемых, теплопроводных газов в двумерной постановке. *Методы.* Математическая модель разрабатывалась в соответствии с методологией динамики неоднородных сред. Уравнения непрерывности плотности компонент смеси записывались отдельно для каждой компоненты. Сохранение импульса смеси описывается двумерной нестационарной системой уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа. Уравнение сохранения энергии записывалось для всей смеси в целом. В качестве методов реализации математической модели использован явный конечно-разностный алгоритм, дополненный начальными и граничными условиями. *Результаты и выводы.* Численные расчеты демонстрируют, что при одинаковой интенсивности начального разрыва давлений в водородно-воздушной смеси наблюдаются большие скорости движущейся и отраженной ударной волны, большие скорости спутных потоков и большие температуры газа. Разработаны алгоритм и компьютерная программа, реализующие конечно-разностное решение уравнений динамики гомогенной смеси. Сопоставление ударно-волновых течений динамики однородной и двухкомпонентной сред с одинаковой начальной интенсивностью ударных волн показало, что программа позволяет выявить отличия, связанные с неоднородностью моделируемых течений.

Ключевые слова: гомогенные смеси, ударные волны, численное моделирование, явная конечно-разностная схема, уравнение Навье – Стокса, водородно-воздушные смеси.

Abstract. *Subject and goals.* In connection with the development of energy, an urgent area of research is the study of flows in complex media consisting of gases with differ-

ent physical properties. Gas mixtures are also used in gas-discharge lasers, where it becomes necessary to simulate dynamic processes in mixtures. In hydrogen energy during the operation of aggregates, tanks and pipelines, shock-wave outflows of hydrogen into the air occur with the possible subsequent reflection of the shock wave from a solid surface. The difference between mathematical models of shock-wave flows is that it is necessary to take into account the compressibility of the medium. The aim of this work is to algorithmize for the software implementation of an explicit finite-difference method as applied to solving the equations of a mathematical model of the dynamics of a homogeneous mixture, which allows describing nonlinear wave processes in a mixture of viscous, compressible, heat-conducting gases in a two-dimensional formulation. *Methods.* The mathematical model was developed in accordance with the methodology of the dynamics of heterogeneous media. The continuity equations for the density of the components of the mixture were written separately for each component. The conservation of the momentum of the mixture is described by a two-dimensional non-stationary system of Navier-Stokes equations for a compressible gas. The energy conservation equation was written for the whole mixture as a whole. As methods for implementing the mathematical model, an explicit finite-difference algorithm is used, supplemented by initial and boundary conditions. *Results and conclusions.* Numerical calculations demonstrate that at the same intensity of the initial pressure rupture in the hydrogen-air mixture, there are large velocities of the moving and reflected shock waves, high velocities of satellite flows and high gas temperatures. An algorithm and a computer program are developed that implement a finite-difference solution of the equations of dynamics of a homogeneous mixture. A comparison of the shock-wave flows of the dynamics of a homogeneous and two-component media with the same initial intensity of the shock waves showed that the program allows us to identify differences associated with the heterogeneity of the simulated flows.

Keywords: homogeneous mixtures, shock waves, numerical simulation, explicit finite-difference scheme, Navier-Stokes equation, hydrogen-air mixtures.

Введение

Динамика неоднородных сред является разделом современной механики жидкости и газа [1, 2], отличающимся от классической аэро- и гидродинамики [1, 3–18]. Основы механики неоднородных сред изложены в [3]. В случае, когда компоненты неоднородной среды находятся в одинаковом агрегатном состоянии, смесь именуется гомогенной. Математические модели динамики гомогенных смесей [3, 4, 6–10] являются промежуточными между математическими моделями динамики многофазных сред [3, 5, 11–18] и равновесными математическими моделями динамики неоднородных сред [3]. В свою очередь, равновесные математические модели [3] являются математическими моделями классической газовой динамики однородных сред [1, 2, 19–22], но с введением коэффициентов для физических параметров среды, дающих поправки на неоднородность. Ряд практических проблем, связанных как с водородной энергетикой, так и с химическими и аэрокосмическими технологиями, требует изучения ударно-волновых течений в водородно-воздушных смесях, в том числе в некоторых случаях с начальным пространственным разделением компонент смеси. В работе [4] численно моделировался тлеющий разряд в смеси газов в одномерной постановке, математическая модель предполагала нестационарность электродинамических процессов. Статья в [6] посвящена численному исследованию распространения волн горения в гомогенной метано-воздушной смеси, обсуждалась методология описания кинетики горения в турбулентном потоке реагирующей газовой смеси, изуча-

лись течения химически активных газовых смесей для дозвуковых скоростей. Аналитические решения для термодиффузионных процессов в ламинарном потоке несжимаемой гомогенной смеси, состоящей из двух компонент, описаны в работе [7], также проведено исследование групповых свойств точных решений математической модели вибрационной конвекции в двухкомпонентной смеси. Экспериментальное исследование высокоскоростных течений в ионизированных сильно разряженных газах представлено в статье [8]. В работе [9] обосновывается применение водородно-воздушной смеси для безыгольной инъекции, экспериментально исследуется возможность передачи энергии детонационной волны в водородно-воздушной смеси слою жидкости с последующим образованием высокоскоростной жидкостной струи. В статье [10] приведены физические эксперименты, целью которых было изучение распространения сферической волны горения в водородно-воздушной смеси. Публикация [13] посвящена математическому моделированию плоских ударных и детонационных волн в смесях газов с учетом сложной химической кинетики процесса. Уравнения математической модели решались численным конечно-разностным методом. Математическая модель описывала нестационарную динамику сжимаемой смеси с одномерной геометрией потока, численно исследовались ударные и детонационные волны в газовых смесях с переменным химическим составом, но без учета воздействия на динамику потока тензора вязких напряжений сплошной среды. В результате моделирования определено влияние свойств газа на интенсивность и затухание ударных волн.

Таким образом, несмотря на проработанность ряда вопросов моделирования динамических процессов в смесях, чьи компоненты имеют одинаковое агрегатное состояние, актуальной задачей является разработка конечно-разностной модели ударно-волновых течений в неоднородных средах, учитывающей такие свойства среды, как вязкость, сжимаемость, теплопроводность и возможное неравномерное распределение компонент смеси. Такая модель имеет актуальность для выявления нелинейных эффектов при распространении [1] и, что еще важнее, отражении от твердых поверхностей [2] ударных волн большой интенсивности в газовых смесях [3].

В технологиях хранения и транспортировки сжатого водорода возникают процессы ударно-волнового истечения водорода в воздух в каналах и емкостях с последующим отражением ударной волны от твердой поверхности, также следует отметить, что газовые смеси часто используются в качестве активной среды в газоразрядных лазерах; для описания таких течений необходима математическая модель, учитывающая эффекты пристеночной вязкости среды и начального разделения компонент смеси. В связи с нелинейностью систем уравнений в частных производных для математического моделирования ударных волн в смесях вязких газов используются преимущественно численные методы [22]. Математическая модель, представленная в данной работе, описывает нестационарные двухмерные течения вязких сжимаемых и теплопроводных сред, модель позволяет описывать течения с двумерной геометрией, что также позволяет учитывать пристеночную вязкость при течении сплошных сред в прямоугольных каналах. Применяется математическая модель диффузионного типа – такого рода модели чаще всего используются при исследовании нестационарных течений неоднородных сред,

компоненты которых имеют одинаковое агрегатное состояние [3]. Для каждой из компонент смеси уравнения непрерывности плотности решаются отдельно, что позволяет описать процесс, в котором плотности компонент смеси распределены неравномерно.

Методика

В работе используется модель движения гомогенной смеси с двумя компонентами [3, 4]. Система уравнений движения двухкомпонентной смеси вязких теплопроводных газов в двумерном случае имеет вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 - \tau_{yy}) = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left([e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left([e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) = 0; \quad (5)$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D\right); \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D\right); \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right); D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}; \quad (6)$$

$$p = \rho_1 R_1 T + \rho_2 R_2 T; \quad (7)$$

$$e = \rho_1 c_{v1} T + \rho_2 c_{v2} T + \rho(u^2)/2; \quad (8)$$

$$\mu = \frac{\rho_1}{\rho} \mu_1 + \frac{\rho_2}{\rho} \mu_2; \lambda = \frac{\rho_1}{\rho} \lambda_1 + \frac{\rho_2}{\rho} \lambda_2; \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad (9)$$

где ρ , u , v , T , e – плотность, составляющие вектора скорости, температура и полная энергия газовой смеси. Для компонент смеси вводятся индексы «1» – для газа в камере высокого давления и «2» – для газа в камере низкого давления; R , c_v , λ , μ – газовые постоянные, удельные массовые теплоемкости при постоянном объеме, коэффициенты теплопроводности и вязкости газов; p , e – давление и удельная полная энергия смеси [19].

В представленной системе уравнений уравнения (1) и (2) – это уравнения непрерывности массы компонент смеси. Уравнения (3), (4) и (5) – уравнения сохранения пространственных компонент импульса и полной энергии смеси. Уравнения (6) – формулы для компонент тензора вязких напряжений смеси (τ_{xx} , τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{yy}). Уравнения (7) и (8) – формулы для давления и полной энергии смеси соответственно. Выражения (9) описывают вязкость, теплопроводность и плотность гомогенной среды, выражающиеся через соответ-

ствующие физические параметры компонент смеси. Целью разработки конечно-разностной модели динамики гомогенной смеси являлось исследование ударно-волновых течений с учетом различных выше перечисленных свойств моделируемого объекта, что необходимо для выявления закономерностей ударно-волновых течений в гомогенных смесях, отличных от аналогичных процессов в однородных средах.

Уравнения математической модели решаются явным двухэтапным конечно-разностным методом, применяемым при моделировании нестационарных сверхзвуковых сжимаемых вязких течений и позволяющим с высокой экономичностью получать численные решения второго порядка точности относительно шагов по пространственным переменным при моделировании сверхзвуковых течений сплошной среды [22]. Для демонстрации численного алгоритма представим систему уравнений (1)–(5) в матричном виде:

$$\mathbf{A}_t + \mathbf{B}_x + \mathbf{C}_y = 0 : \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \rho_1 u \\ \rho_2 u_2 \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ (e + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v + \lambda \partial T / \partial x \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \rho_1 v \\ \rho_2 v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ (e + p - \tau_{yy})v - \tau_{xy}u + \lambda \partial T / \partial y \end{bmatrix}.$$

Явная конечно-разностная схема [22] для системы уравнений (10) включает в себя последовательно выполняемые шаги:

$$\mathbf{A}_{j,k}^* = \mathbf{A}_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{B}_{j+1,k}^n - \mathbf{B}_{j,k}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{C}_{j,k+1}^n - \mathbf{C}_{j,k}^n), \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{n+1} = 0,5(\mathbf{A}_{j,k}^{*n} + \mathbf{A}_{j,k}^n) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{B}_{j,k}^n - \mathbf{B}_{j-1,k}^n) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{C}_{j,k}^n - \mathbf{C}_{j,k-1}^n), \quad (12)$$

где Δt – шаг по времени; Δx , Δy – шаги по пространственным переменным; j – индекс узла по оси x ; k – индекс узла по оси y ; n – номер временного слоя. В расчетах применялась схема расщепления по переменным, реализуемая в виде симметричной последовательности шагов по соответствующим пространственным направлениям, позволяющая построить решение на следующем временном слое [22]:

$$\mathbf{A}_{j,k}^{n+1} = \mathbf{P}_x \left(\frac{\Delta t_x}{2} \right) \mathbf{P}_y \left(\frac{\Delta t_y}{2} \right) \mathbf{P}_y \left(\frac{\Delta t_y}{2} \right) \mathbf{P}_x \left(\frac{\Delta t_x}{2} \right) \mathbf{A}_{j,k}^n.$$

Переход с одного временного слоя t^n на новый временной слой t^{n+1} осуществляется следующим образом:

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(1)} = \mathbf{P}_x \left(\frac{\Delta t_x}{2} \right) \mathbf{A}_{j,k}^n, \quad \mathbf{A}_{j,k}^{(2)} = \mathbf{P}_y \left(\frac{\Delta t_y}{2} \right) \mathbf{A}_{j,k}^{(1)}, \quad \mathbf{A}_{j,k}^{(3)} = \mathbf{P}_y \left(\frac{\Delta t_y}{2} \right) \mathbf{A}_{j,k}^{(2)},$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{n+1} = \mathbf{P}_x \left(\frac{\Delta t_x}{2} \right) \mathbf{A}_{j,k}^{(3)}.$$

Временные шаги $\Delta t_x = \Delta t_y = \Delta t$. Процесс вычисления вектора $\mathbf{A}^{n+1}$ состоит в применении одномерного оператора $\mathbf{P}_x(\Delta t_x/2)$ по переменной x к вектору искомым функций на временном слое t^n :

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(1)*} = \mathbf{A}_{j,k}^n - \frac{(\Delta t_x / 2)}{\Delta x} (\mathbf{B}_{j+1,k}^n - \mathbf{B}_{j,k}^n);$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(1)} = 0,5(\mathbf{A}_{j,k}^n + \mathbf{A}_{j,k}^{(1)*}) - 0,5 \frac{(\Delta t_x / 2)}{\Delta x} (\mathbf{B}_{j,k}^{(1)*} - \mathbf{B}_{j-1,k}^{(1)*});$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(2)*} = \mathbf{A}_{j,k}^n - \frac{(\Delta t_y / 2)}{\Delta y} (\mathbf{C}_{j,k+1}^n - \mathbf{C}_{j,k}^n);$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(2)} = 0,5(\mathbf{A}_{j,k}^n + \mathbf{A}_{j,k}^{(2)*}) - 0,5 \frac{(\Delta t_y / 2)}{\Delta y} (\mathbf{C}_{j,k}^{(2)*} - \mathbf{C}_{j,k-1}^{(2)*});$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(3)*} = \mathbf{A}_{j,k}^{(2)} - \frac{(\Delta t_y / 2)}{\Delta y} (\mathbf{C}_{j,k+1}^{(2)} - \mathbf{C}_{j,k}^{(2)});$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{(3)} = 0,5(\mathbf{A}_{j,k}^{(2)} + \mathbf{A}_{j,k}^{(3)*}) - 0,5 \frac{(\Delta t_y / 2)}{\Delta y} (\mathbf{C}_{j,k}^{(3)*} - \mathbf{C}_{j,k-1}^{(3)*});$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{n+1*} = \mathbf{A}_{j,k}^{(3)} - \frac{(\Delta t_x / 2)}{\Delta x} (\mathbf{B}_{j+1,k}^{(3)} - \mathbf{B}_{j,k}^{(3)});$$

$$\mathbf{A}_{j,k}^{n+1} = 0,5(\mathbf{A}_{j,k}^{(3)} + \mathbf{A}_{j,k}^{n+1*}) - 0,5 \frac{(\Delta t_x / 2)}{\Delta x} (\mathbf{B}_{j,k}^{n+1*} - \mathbf{B}_{j-1,k}^{n+1*}).$$

Для системы уравнений математической модели гомогенной смеси записывались граничные и начальные условия. На границах расчетной области задавались граничные условия Дирихле для пространственных составляющих скорости смеси и граничные условия Неймана – для остальных функций [20–22]. Разбиение расчетной области составляло $n_x = 1000$ и $n_y = 100$. Подобное поперечное разбиение позволяет в достаточной мере учесть пристеночную вязкость среды в узком канале [22]. Длина канала составляла $L = 4$ м, а ширина канала – $h = 0,1$ м. Шаг по времени вычислялся из условия типа Куранта – Леви – Фридрихса [22]. Конечно-разностный алгоритм численного решения уравнений математической модели реализован в виде программного кода на языке Fortran. Ниже приведено краткое описание программной реализации явного конечно-разностного метода решения уравнений математической модели с учетом начальных физических параметров смеси и краевых условий.

Компьютерная программа имела следующую структуру:

- 1) блок задания физических параметров компонент смеси, а также начальных значений искомых газодинамических функций;
- 2) блок задания параметров области моделирования и параметров расчетной сетки, а также краевых значений газодинамических функций;
- 3) подпрограмма построения расчетной сетки;
- 4) подпрограмма вычисления всех параметров смеси через замыкающие соотношения (7)–(8);
- 5) подпрограмма, реализующая явный конечно-разностный метод, осуществляющая вычисление значений плотности газов, пространственных компонент вектора скорости и полной энергии смеси на следующем временном слое.

Вычисление значений параметров смеси, а также ее компонент на каждом следующем временном слое осуществляется последовательным применением шагов 4–5 с учетом значений газодинамических функций, вычисленных на предыдущем временном слое.

Результаты

На рис. 1 изображена ударная труба [1, 4] с начальным разделением компонент смеси. Предполагалось, что давление в одном отсеке трубы составляло $p_2 = 1078$ кПа, а давление в другом отсеке трубы $p_1 = 98$ кПа (рис. 2). Интенсивность ударной волны – $\Delta p = p_2 - p_1 = 980$ кПа = $10 p_1$ на порядок превосходит давление невозмущенного газа – $p_1 = 98$ кПа, таким образом, моделируемое ударно-волновое течение является существенно интенсивным.



Рис. 1. Схематичное изображение ударной трубы с различными газами в камерах высокого и низкого давления

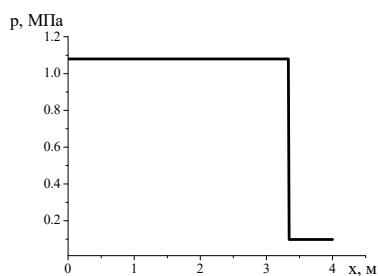


Рис. 2. Распределение давления в ударной трубе для начального момента времени

При распространении ударной волны по водородно-воздушной смеси скорость движения ударной волны имеет значение, большее, чем если бы аналогичный процесс происходил в однородном воздухе: $\theta = 812$ м/с и $\theta = 500$ м/с соответственно (рис. 3,а). В процессе отражения от твердой стен-

ки отраженная ударная волна в водородно-воздушной смеси также имеет скорость, большую, чем в однородном воздухе, при той же начальной интенсивности волны сжатия (рис. 3,б).

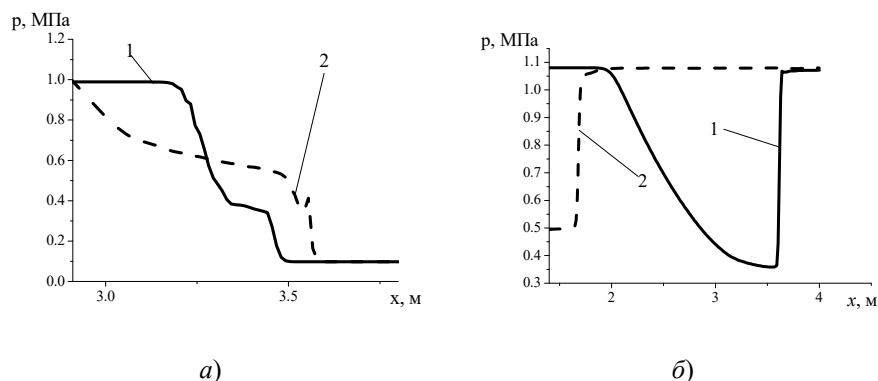


Рис. 3. Распределение давления в различные моменты времени: $a - t = 0,34$ мс; $б - t = 2,24$; 1 – распределение давления для однородного воздуха; 2 – распределение давления для водородно-воздушной смеси

Максимальное значение продольной составляющей скорости в спутном потоке газа при движении ударной волны к стенке составляет $u = 802$ м/с и $u = 335$ м/с – для водородно-воздушной смеси и однородного воздуха соответственно (рис. 4,а). Максимальное значение продольной составляющей скорости в спутном потоке газа при отражении ударной волны от твердой поверхности составляет $u = 1063$ м/с и $u = 349$ м/с – для соответствующих физических величин (рис. 4,б).

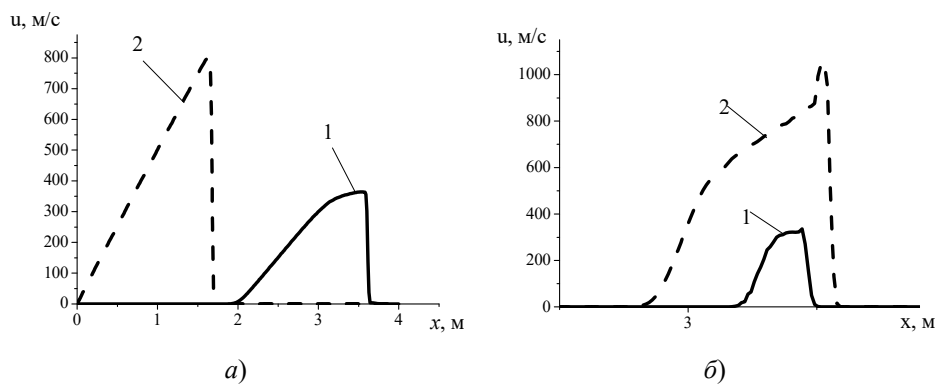


Рис. 4. Распределение продольной составляющей скорости в различные моменты времени: $a - t = 0,34$ мс; $б - t = 2,24$ мс; 1 – распределение скорости для однородного воздуха; 2 – распределение скорости для водородно-воздушной смеси

Пространственное распределение температуры в набегающей ударной волне для однородного газа (воздуха) составляет – $T = 494$ К и $T = 781$ К в водородно-воздушной смеси (рис. 5,а). Можно наблюдать, как в процессе движения ударной волны по водородно-воздушной смеси образуются два максимальных значения температуры: $T = 781$ К и $T = 642$ К. Это можно

объяснить тем, что при движении ударной волны из водорода в воздух происходит нагрев воздуха на участке контакта разнородных газов, расположенном на переднем крае ударной волны, в то время как в спутном потоке газа, движущемся за ударной волной, распространяющейся из водорода в воздух, газ прогревается до большей температуры. В отраженной ударной волне для воздуха и водородно-воздушной смеси наблюдается существенное различие $T = 671$ К и $T = 2135$ К соответственно (рис. 5,б).

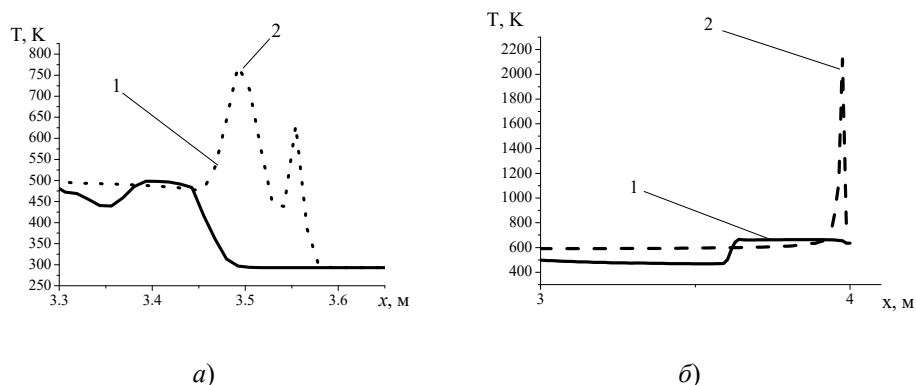


Рис. 5. Распределение температуры в различные моменты времени: $a - t = 0,34$ мс; $б - t = 2,24$ мс; 1 – распределение температуры для однородного воздуха; 2 – распределение температуры для водородно-воздушной смеси

Обсуждение

Численные расчеты выявили отличия в процессах движения и отражения ударной волны большой интенсивности, проходящей из водорода в воздух от численных расчетов аналогичных процессов в однородном воздухе при одинаковой начальной интенсивности ударной волны. Процессы движения и отражения ударной волны в водородно-воздушной смеси протекают с большей скоростью, чем в однородном газе. Скорость спутного потока газа, движущегося за ударной волной в водородно-воздушной смеси, также существенно больше, чем в однородном воздухе. При этом в процессе движения ударной волны из водорода в воздух наблюдаются два максимума температуры смеси, что можно объяснить тем, что в процессе движения ударной волны из водорода в воздух происходит увеличение температуры как в потоке водорода движущегося за ударной волной – 780 К, так и в сжимаемом воздухе, испытывающем воздействие переднего края фронта ударной волны – 620 К. Также полученная в расчетах температура отраженной ударной волны в водородно-воздушной смеси существенно выше, чем при отражении ударной волны той же интенсивности в однородном воздухе.

Выводы

В работе представлен обобщенный конечно-разностный алгоритм решения уравнений движения двухкомпонентной смеси газов, положенный в основу программной реализации решения уравнений математической модели динамики гомогенной смеси. Математическая модель учитывает вязкость,

сжимаемость, теплопроводность смеси, двухмерную геометрию течения, что важно при описании пристеночной вязкости в узких каналах. Уравнения непрерывности плотности записываются для каждой из компонент смеси. Таким образом, компьютерная программа позволяет исследовать ударно-волновые течения газовых смесей для начального неравномерного распределения плотности компонент. Численные расчеты движения и отражения интенсивных ударных волн в водородно-воздушной смеси выявили отличия от аналогичных параметров течения однородной среды при одинаковых начальных интенсивностях ударных волн. Выявленные особенности связаны с различным протеканием физических процессов в ударно-волновых течениях в однородном газе и в газовой смеси. Обнаруженные закономерности можно применить при проектировании резервуаров и трубопроводов, в которых возможно ударно-волновое истечение различных газов в полости, заполненные воздухом, или в открытую атмосферу.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-48-160017\19).

Библиографический список

1. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – Москва : Дрофа, 2003. – 784 с.
2. Овсянников, Л. В. Лекции по основам газовой динамики / Л. В. Овсянников. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. – 336 с.
3. Нигматулин, Р. И. Основы механики гетерогенных сред / Р. И. Нигматулин. – Москва : Наука, 1978. – 336 с.
4. Галлеев, Р. С. Численное исследование тлеющего разряда в смеси газов $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{-He}$ / Р. С. Галлеев, Р. Т. Файзрахманов // ПМТФ. – 1987. – № 5. – С. 5–10.
5. Ударные волны при разлете сжатого объема газовой смеси твердых частиц / Б. Е. Гельфанд, А. В. Губанов, С. П. Медведев и др. // Доклады АН СССР. – 1985. – Т. 281, № 5. – С. 1113–1116.
6. Козлов, В. Е. Моделирование скорости турбулентного гомогенного горения на основе «квазиламинарного» подхода / В. Е. Козлов, А. Б. Лебедев, А. Н. Секундов, К. Я. Якубовский // Теплофизика высоких температур. – 2009. – № 6. – С. 946–953.
7. Рыжков, И. И. Групповые свойства и точные решения модели вибрационной конвекции бинарной смеси / И. И. Рыжков, И. В. Степанова // Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – № 4. – С. 72–83.
8. Zabelinskii, I. E. Experimental study and numerical modeling of vibrational oxygen temperature profiles behind a strong shock wave front / I. E. Zabelinskii, L. B. Ibragimova, O. P. Shatalov, U. V. Tunik // Progress in Flight Physics. Ser.: «EUCASS book series advances in aerospace sciences». – Moscow, 2011. – P. 231–242.
9. Применение детонации водородовоздушной смеси в устройствах для безыгольной инъекции / В. В. Голуб, Т. В. Баженова, Д. И. Бакланов, К. В. Иванов, М. С. Кривокрытов // Теплофизика высоких температур. – 2013. – № 1. – С. 147–150.
10. Роль отдельных механизмов неустойчивости пламени в водородно-воздушной смеси / В. В. Володин, В. В. Голуб, А. Е. Ельянов, А. Е. Коробов, А. Ю. Микушкин // Вестник объединенного института высоких температур. – 2018. – № 1. – С. 78–81.
11. Садин, Д. В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа / Д. В. Садин // Журнал вы-

- числительной математики и математической физики. – 2016. – № 12. – С. 2098–2109.
12. Глазунов, А. А. Численное исследование течения ультрадисперсных частиц оксида алюминия в сопле ракетного двигателя твердого топлива / А. А. Глазунов, Н. Н. Дьяченко, Л. И. Дьяченко // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – № 1. – С. 81–88.
 13. Прохоров, Е. С. Возбуждение ударной волны при переломлении детонации на диффузионно размытой границе реагирующего газа с инертным / Е. С. Прохоров // Сибирский физический журнал. – 2017. – № 3. – С. 100–106.
 14. Губайдуллин, Д. А. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц / Д. А. Губайдуллин, Д. А. Тукмаков // Математическое моделирование. – 2014. – № 10. – С. 109–119.
 15. Тукмаков, Д. А. Численное моделирование ударно-волновых течений в газозвеси с неоднородной концентрацией дисперсной фазы / Д. А. Тукмаков // Авиационная техника. – 2019. – № 1. – С. 54–59.
 16. Тукмаков, Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием / Д. А. Тукмаков // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2019. – № 3. – С. 73–85.
 17. Тукмаков, Д. А. Теоретическое исследование релаксации интенсивности скачка давления на фронте ударной волны в газозвеси / Д. А. Тукмаков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2019. – № 3. – С. 3–11.
 18. Tukmakov, D. A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction / D. A. Tukmakov // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – № 6. – P. 824–827.
 19. Ривкин, С. Л. Термодинамические свойства газов / С. Л. Ривкин. – Москва : Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.
 20. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – Москва : Изд-во МГУ, 1999. – 799 с.
 21. Тукмаков, А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе / А. Л. Тукмаков // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 4. – С. 33–36.
 22. Флетчер, К. Вычислительные методы динамики жидкости / К. Флетчер. – Москва : Мир, 1991. – Т. 2. – 552 с.

References

1. Loytsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Drofa, 2003, 784 p. [In Russian]
2. Ovsyannikov L. V. *Lektsii po osnovam gazovoy dinamiki* [Lectures on the basics of gas dynamics]. Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2003, 336 p. [In Russian]
3. Nigmatulin R. I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Fundamentals of heterogeneous media mechanics]. Moscow: Nauka, 1978, 336 p. [In Russian]
4. Galleev R. S., Fayzrakhmanov R. T. *PMTF*. 1987, no. 5, pp. 5–10. [In Russian]
5. Gel'fand B. E., Gubanov A. V., Medvedev S. P. et al. *Doklady AN SSSR* [Reports of the USSR Academy of Sciences]. 1985, vol. 281, no. 5, pp. 1113–1116. [In Russian]
6. Kozlov V. E., Lebedev A. B., Sekundov A. N., Yakubovskiy K. Ya. *Teplofizika vysokikh temperatur* [Thermophysics of high temperatures]. 2009, no. 6, pp. 946–953. [In Russian]
7. Ryzhkov I. I., Stepanova I. V. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied mechanics and technical physics]. 2011, no. 4, pp. 72–83. [In Russian]

8. Zabelinskii I. E., Ibraguimova L. B., Shatalov O. P., Tunik U. V. *Progress in Flight Physics. Ser.: «EUCASS book series advances in aerospace sciences»*. Moscow, 2011, pp. 231–242.
9. Golub V. V., Bazhenova T. V., Baklanov D. I., Ivanov K. V., Krivokorytov M. S. *Teplofizika vysokikh temperatur* [Thermophysics of high temperatures]. 2013, no. 1, pp. 147–150. [In Russian]
10. Volodin V. V., Golub V. V., El'yanov A. E., Korobov A. E., Mikushkin A. Yu. *Vestnik ob"edinennogo instituta vysokikh temperatur* [Bulletin of the United Institute of high temperatures]. 2018, no. 1, pp. 78–81. [In Russian]
11. Sadin D. V. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Journal of computational mathematics and mathematical physics]. 2016, no. 12, pp. 2098–2109. [In Russian]
12. Glazunov A. A., D'yachenko N. N., D'yachenko L. I. *Teplofizika i aeromekhanika* [Thermophysics and Aeromechanics]. 2013, no. 1, pp. 81–88. [In Russian]
13. Prokhorov E. S. *Sibirskiy fizicheskii zhurnal* [Siberian journal of physics]. 2017, no. 3, pp. 100–106. [In Russian]
14. Gubaydullin D. A., Tukmakov D. A. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical modeling]. 2014, no. 10, pp. 109–119. [In Russian]
15. Tukmakov D. A. *Aviatsionnaya tekhnika* [Aviation equipment]. 2019, no. 1, pp. 54–59. [In Russian]
16. Tukmakov D. A. *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelineynaya dinamika* [University news. Applied nonlinear dynamics]. 2019, no. 3, pp. 73–85. [In Russian]
17. Tukmakov D. A. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and applied problems of engineering and technology]. 2019, no. 3, pp. 3–11. [In Russian]
18. Tukmakov D. A. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2019, no. 6, pp. 824–827.
19. Rivkin S. L. *Termodinamicheskie svoystva gazov* [Thermodynamic properties of gases]. Moscow: Energoatomizdat, 1987, 288 p. [In Russian]
20. Tikhonov A. N., Samarskiy A. A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow: Izd-vo MGU, 1999, 799 p. [In Russian]
21. Tukmakov A. L. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika* [Proceedings of higher educational institutions. Aviation equipment]. 2006, no. 4, pp. 33–36. [In Russian]
22. Fletcher K. *Vychislitel'nye metody dinamiki zhidkosti* [Computational methods of fluid dynamics]. Moscow: Mir, 1991, vol. 2, 552 p. [In Russian]

Тукмаков Дмитрий Алексеевич

кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник,
Федеральный исследовательский центр
«Казанский научный центр
Российской академии наук»
(Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, 2/31)
E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

Tukmakov Dmitriy Alekseevich

candidate of physical
and mathematical sciences, resecher
Federal research center
«Kazan scientific center
Russian Academy of Sciences»
(2/31 Lobachevsky street, Kazan, Russia)

Образец цитирования:

Тукмаков, Д. А. Конечно-разностная модель динамики гомогенной смеси в применении к исследованию распространения и отражения ударной волны большой интенсивности в водородно-воздушной среде / Д. А. Тукмаков // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2020. – № 1 (33). – С. 86–97. – DOI 10.21685/2227-8486-2020-1-7.