

**ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ БИОИНСПИРИРОВАННЫХ
АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА АЛЬТЕРНАТИВНЫХ
СЕТЕЙ ПЕТРИ В ТЕНЗОРНОЙ МЕТОДОЛОГИИ
ИССЛЕДОВАНИЯ СП-СТРУКТУР**

*Г. В. Мартяшин, Е. А. Бальзанникова, Д. В. Пащенко,
Д. А. Трокоз, М. П. Синева*

**THE POSSIBILITY OF APPLYING BIO-INSPIRED ALGORITHMS
IN THE PROBLEM OF SYNTHESIS OF ALTERNATIVE PETRI
NETS INTO TENSOR METHODOLOGY OF THE STUDY
OF SP-STRUCTURES**

*G. V. Martiashin, E. A. Balzannikova, D. V. Pashchenko,
D. A. Trokoz, M. P. Sinev*

Аннотация. *Актуальность и цели.* Объектом исследования являются ограниченные сети Петри, именуемые далее СП-структуры. Предметом исследования является возможность применения тензорной методологии для анализа исходной сети, а также синтеза новых СП-структур, эквивалентных исходной. Целью работы является поиск решений проблемы экспоненциального роста потенциально эквивалентных сетей в зависимости от размера исходной модели, а также сокращения затрачиваемого времени для проведения полного цикла тензорного анализа. *Материалы и методы.* Формальное описание исходной модели системы проведено с использованием модели ограниченных сетей Петри. Синтез эквивалентных СП-структур выполняется согласно методологии тензорного анализа и синтеза. С целью сокращения синтезируемых и анализируемых структур предлагается ввести ряд ограничений, налагаемых в процессе синтеза на объединяемые вершины и переходы. Кроме того, с целью сокращения затрачиваемого на обработку времени предлагается использовать естественные алгоритмы. *Результаты.* Введены определения переходо-ориентированных и вершинных ограничений, а также доказана их способность сокращать количество синтезируемых потенциально эквивалентных структур. Определены различные этапы тензорного анализа, на которых возможна оптимизация за счет применения биоинспирированных алгоритмов. *Выводы.* В рамках данной статьи рассмотрена одна из наиболее существенных проблем тензорной методологии исследования моделей на основе аппарата сетей Петри – синтез альтернативных СП-моделей, связанный с экспоненциальным ростом их количества при увеличении размера исходной модели, а также предложен способ ее решения на основе эвристических алгоритмов поиска.

Ключевые слова: сети Петри, тензорный анализ, биоинспирированные алгоритмы, генетический алгоритм, метод роя частиц, муравьиный алгоритм.

Abstract. *Background.* The object of study is bounded Petri nets, hereinafter referred to as SP-structure. The subject of the study is the possibility of using the tensor methodology to the analysis of the original network as well as synthesis of SP-structures equivalent to the original. The aim of this work is the search for solutions to the problem of the exponential growth of potentially equivalent networks depending on the size of the original model,

and reducing the time taken for a complete cycle of tensor analysis. *Materials and methods.* A formal description of the original model of the system was conducted using the model of bounded Petri nets. Synthesis of equivalent to SP-structures is performed according to the methodology of tensor analysis and synthesis. To reduce synthesized and analyzed structures it is proposed to introduce a number of limitations in the synthesis process to combine positions and transitions. In addition, with the aim of reducing processing time are encouraged to use natural algorithms. *Results.* Introduced definition transition-centric and position constraints, as well as proven their ability to reduce the number of synthesized potentially equivalent structures. Identified different stages of tensor analysis, which can be optimized through the use of bio-inspired algorithms. *Conclusions.* In this article is considered one of the most significant problems of tensor methodology of the study models on the basis of the device of Petri nets – synthesis of alternative SP-models associated with the exponential growth of their number by increasing the size of the original model. And proposed a solution based on heuristic search algorithms.

Key words: Petri nets, tensor analysis, bio-inspired algorithms, genetic algorithm, particle swarm optimization, ant algorithm.

Введение

Сегодня моделирование находит применение почти во всех областях науки и является неотъемлемой частью многих исследований. Особое место занимает моделирование дискретных динамических систем, используемых для автоматизации и управления производством, вследствие того, что динамические дискретные системы достаточно популярны, так как позволяют создавать простые реализации алгоритмов управления и моделировать параллельные процессы [1]. Для моделирования динамических дискретных систем используются специализированные математические аппараты, в числе которых теория автоматов, исчисление процессов, модель акторов, сети Петри и прочие, но одним из наиболее распространенных и используемых на практике аппаратов являются сети Петри.

Достаточно перспективным направлением исследования является применение методов тензорной методологии Г. Крона к моделям на основе сетей Петри [2]. Применение этих методов к СП-структурам предоставляет возможность свести к минимуму избыточность разработанной СП-структуры в процессе проектирования дискретных систем, в том числе параллельных [3]. Тензорная методология исследования СП-структур является весьма молодым направлением и имеет ряд нерешенных проблем. Одной из наиболее актуальных и препятствующих ее развитию является проблема экспоненциального роста количества синтезированных альтернативных СП-структур при увеличении размера исходной модели, что делает невозможным применение тензорной методологии исследования СП-структур для анализа моделей сложных систем.

Для дальнейшего исследования и развития тензорной методологии исследования СП-структур и доработки применяемых алгоритмов ведется разработка аналитического программного средства, позволяющего выполнять исследование СП-структур с применением тензорной методологии. В рамках разрабатываемого аналитического средства предпринимались попытки решения проблемы экспоненциального роста количества синтезированных альтернативных СП-структур в виде введения ряда ограничений, применяемых

на разных этапах анализа. Однако рост количества альтернативных СП-моделей все же сохранил экспоненциальный характер, вследствие чего методология по-прежнему не применима для крупных сетей. Исходя из вышесказанного, данная работа ставит своей целью поиск иных подходов к решению обозначенной проблемы.

Постановка задачи

Применение методов тензорной методологии Г. Крона к моделям на основе сетей Петри уже рассматривалось достаточно подробно в ряде работ [4, 5], поэтому сразу перейдем к рассмотрению наиболее проблемного этапа применения методологии, существенно ограничивающего размеры СП-моделей. Речь идет об этапе синтеза альтернативных (эталонных) СП-моделей в рамках тензорной методологии исследования СП-структур. На данном этапе из системы примитивов, полученной в результате декомпозиции, выполняемой на предыдущих этапах, путем перебора различных объединений вершин формируется множество альтернативных СП-моделей, которые впоследствии будут подвержены преобразованию с помощью тензора, редукции и оценке анализируемых метрик на последующих этапах и в конечном счете потенциально имеют возможность привести к результирующим СП-моделям, имеющим более высокие характеристики согласно анализируемым метрикам.

Система примитивов представляет из себя множество элементарных сетей Петри вида позиция-переход-позиция, где T – множество переходов, а P – множество позиций, причем $|T| = m$, а $|P| = n = 2m$. Типовая система из n примитивов представлена на рис. 1.

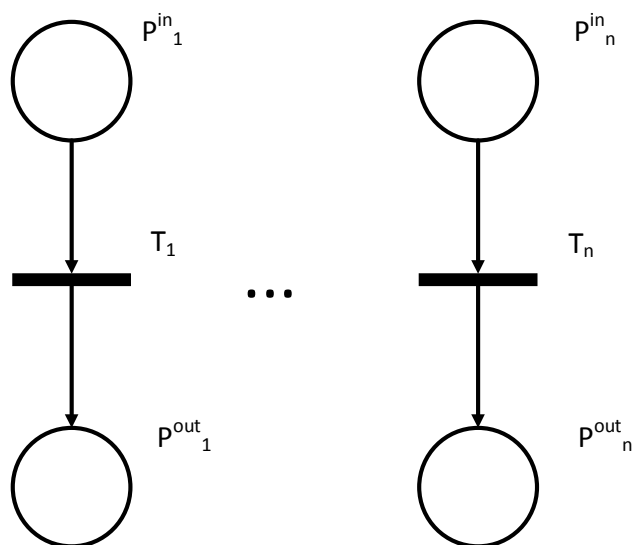


Рис. 1. Типовая система из n примитивов

Синтез альтернативных СП-структур основан на формировании новых СП-структур, генерирующихся путем различных комбинаций объединения

переходов и вершин примитивной системы. Каждая возможная комбинация объединения описывается с помощью вектора объединения V , каждая компонента которого соответствует строго определенной вершине, т.е. позиции или переходу системы примитивов. Вектор V можно разбить на два образующих его вектора: вектор объединения переходов V_t и вектор объединения позиций V_p , по m и n элементов соответственно. Компонент вектора может принимать следующие значения:

- нуль – если вершина примитива, соответствующая компоненте вектора объединения, не участвует в объединении;

- большее чем нуль целое число – если вершина примитива, соответствующая компоненте вектора объединения, принадлежит некоторому подмножеству объединяемых вершин, номер которого определяется значением компоненты. Все позиции или переходы, входящие в одно подмножество объединяемых вершин, объединяются в одну вершину – позицию или переход соответственно.

Более подробно данный способ описания рассмотрен в статье [6].

Учитывая тот факт, что минимальный размер подмножества объединяемых вершин равен 2, количество подмножеств объединяемых переходов и объединяемых позиций можно оценить, как r_t и r_p соответственно, где:

$$r_t = \left\lfloor \frac{|T|}{2} \right\rfloor + 1; \quad r_p = \left\lfloor \frac{|P|}{2} \right\rfloor + 1.$$

Следовательно, компоненты векторов объединений переходов $v_t \in V_t$ и объединений позиций $v_p \in V_p$ принимают значения $v_t = \overline{0, r_t}$ и $v_p = \overline{0, r_p}$ соответственно $v_p = \overline{0, r_p}$. Количественная оценка множества полученных на этапе синтеза альтернативных СП-моделей может быть произведена с помощью чисел Белла – числа всех неупорядоченных разбиений множества мощностью n [7]. Число Белла B_n можно вычислить как сумму чисел Стирлинга второго рода

$$B_n = \sum_{m=0}^n S(n, m),$$

где n – количество элементов множества.

Число Стирлинга второго рода из n по k , обозначаемое $S(n, k)$ или $\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}$, выражает количество неупорядоченных разбиений n -элементного множества на k непустых подмножеств и вычисляется как

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^k (-1)^{k+j} \binom{k}{j} j^n,$$

где n – количество элементов множества; k – количество непустых подмножеств.

Количественная оценка множества синтезированных альтернативных СП-моделей подробно рассматривалась в работе [8], поэтому все промежуточные результаты опущены и представлена конечная формула:

$$K = K_{\tau} K_{\nu} = \sum_{m=0}^{\tau} S(\tau, m) = \sum_{m=0}^{\tau} \frac{1}{m!} \sum_{j=0}^m (-1)^{m+j} \binom{m}{j} j^{\tau} \sum_{m=0}^{\nu} S(\nu, m) =$$

$$= \sum_{m=0}^{\nu} \frac{1}{m!} \sum_{j=0}^m (-1)^{m+j} \binom{m}{j} j^{\nu}.$$

Зависимость количества альтернативных СП-моделей от размеров системы примитивов имеет экспоненциальный характер, что наглядно иллюстрируется графиком, представленным на рис. 2.

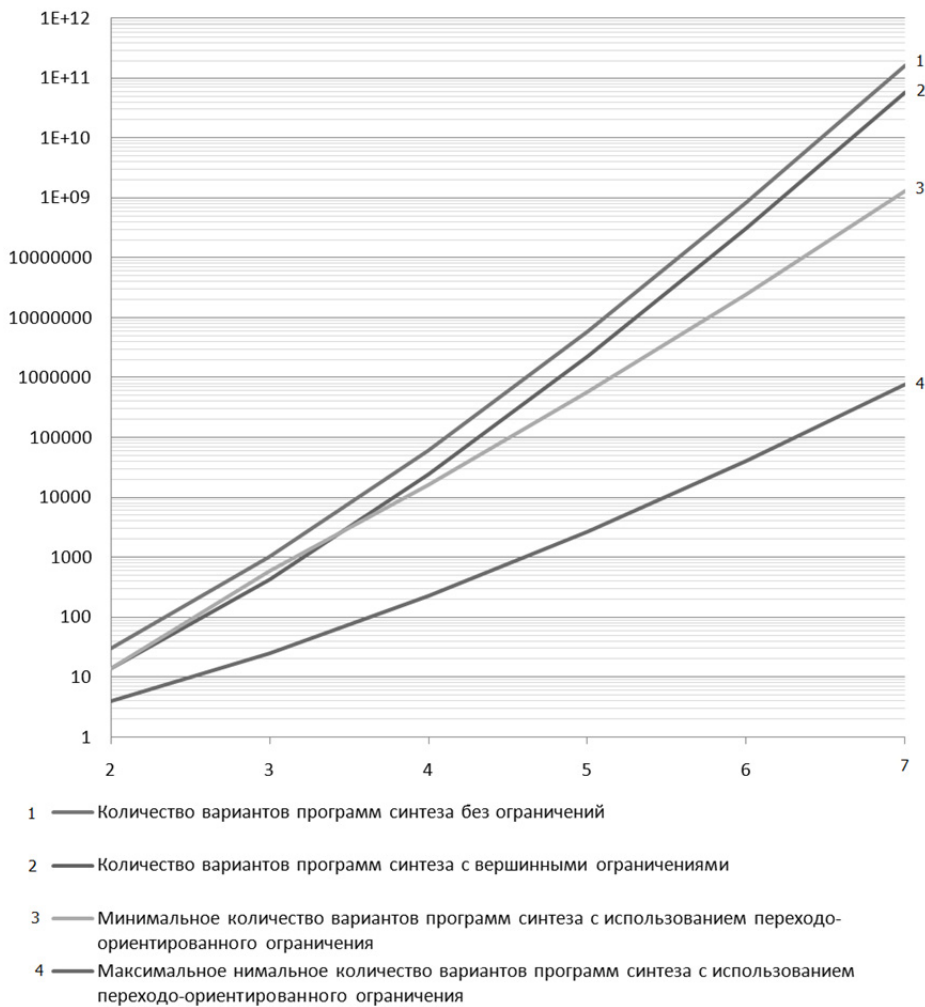


Рис. 2. Графики зависимости количества синтезируемых альтернативных СП-моделей от количества примитивных сетей с применением позиционно-ориентированных и переходо-ориентированных ограничений

В целях ограничения роста количества синтезированных СП-моделей были введены правила – позиционно-ориентированные и переходо-ориентированные ограничения, позволяющие пропускать такие комбинации объединений, которые приводят к заведомо некорректным СП-моделям в силу нарушения логики исходной модели или моделям, которые идентичны исходной СП-модели. Однако уменьшение количества синтезируемых альтернативных СП-моделей в результате ввода данных ограничений все равно не изменило экспоненциальный характер зависимости количества синтезированных СП-моделей от количества примитивов, что также проиллюстрировано на графике.

Таким образом, становится очевидной необходимость поиска иного алгоритма для синтеза альтернативных СП-моделей, который позволял бы избежать перебора всех возможных объединений вершин примитивов и сделать тензорную методологию исследования применимой к более крупным СП-моделям по сравнению с теми, для которых ее применение возможно в настоящий момент.

Возможность применения генетического алгоритма в задаче синтеза альтернативных сетей Петри

Возможное решение данной проблемы лежит в области применения эвристических алгоритмов. Особое место среди них занимают естественные или «биоинспирированные» алгоритмы, которые на данный момент активно применяются для поиска решений задач высокой вычислительной сложности. Рассмотрим возможность применения каждого из них с позиции возможного решения проблемы экспоненциального роста необходимых временных и вычислительных ресурсов для решения задачи синтеза альтернативных эквивалентных структур.

Достаточно перспективным решением в данном случае является применение генетического алгоритма – эвристического алгоритма поиска, используемого для решения подобных задач путем случайного подбора, комбинирования и вариации искоемых параметров с использованием механизмов, аналогичных естественному отбору в природе [9].

Для применения к задаче генетического алгоритма необходимо выполнение следующих требований:

1. Задача должна быть формализована таким образом, чтобы ее решение могло быть закодировано в виде вектора генов – «генотипа». Компонентами этого вектора, т.е. генами, являются биты или числа.
2. Для решений задачи, т.е. «генотипов», должна быть определена функция приспособленности – функция оценки, определяющая меру эффективности полученного решения. На основе этой функции производится поиск оптимального решения.

Задача синтеза альтернативных сетей Петри удовлетворяет вышеперечисленным требованиям, поскольку [9]:

1. Формализм задачи синтеза альтернативных СП-структур удовлетворяет требованию представления задачи в виде генотипа, которым является вектор синтеза.

2. Тензорная методология включает этап оценки полученных альтернативных СП-структур, результатом которой является набор параметров, каждый из которых количественно характеризует то или иное свойство СП-структуры, интересующее исследователя. Следовательно, в качестве функции приспособленности может выступать результирующий параметр, который является взвешенной суммой всех оценочных параметров.

Поэтому становится возможным применение генетического алгоритма с целью сокращения количества анализируемых потенциально эквивалентных структур, полученных в результате всех возможных объединений вершин примитивов.

Помимо операции синтеза достаточно ресурсоемкой задачей является оценка множества характеристик синтезированной сети. К характеристикам, поиск которых является NP-сложной задачей, относится поиск кратчайшего пути и локальных экстремумов. Для решения данных задач могут быть использованы муравьиный алгоритм и алгоритм поведения роя пчел соответственно.

Возможность оценки степени функционального параллелизма с использованием муравьиного алгоритма

Рассмотрим возможность использования муравьиного алгоритма. Поскольку среди множества эквивалентных сетей наиболее предпочтительными будут являться те, которые достигают конечной вершины за как можно меньшее количество шагов, что в большинстве случаев соответствует меньшему времени выполнения алгоритма. Следовательно, данная задача сводится к поиску кратчайшего пути, однако, задача поиска кратчайшего пути в графе обладает достаточно высокой вычислительной сложностью и может потребовать немалого количества ресурсов при ее решении с помощью алгоритмов, основанных на полном переборе вариантов. Однако подобные задачи успешно могут решаться с помощью эвристических алгоритмов – в данном случае при помощи муравьиных алгоритмов, рассчитанных на применение для решения задач поиска маршрутов на графах, так как СП-модель, вполне очевидно, также представляет собой граф.

Кроме того, в статье [10] также рассмотрена возможность применения муравьиного алгоритма для оценки структурного параллелизма СП-структур.

Возможность оценки степени структурного параллелизма с использованием роевых алгоритмов

Одним из этапов оценки потенциально эквивалентных СП-структур является выявление функционально параллельных фрагментов модели системы.

Функционально параллельный фрагмент (ФПФ) представляет собой совокупность структурного фрагмента заданной ингибиторной сети Петри (включая абсолютно линейные структурные образования) и маркировки сети на определенном интервале шагов [11]. Поскольку в качестве метрики, определяющей коэффициент параллельности всей СП-структуры, принимается

максимальный коэффициент параллельности ФПФ среди всех функционально параллельных фрагментов, обнаруженных в процессе достижения конечной разметки, данная задача обладает высокой вычислительной сложностью и может потребовать значительного количества ресурсов.

Для эффективного выявления данной метрики предлагается использовать метод, называемый методом роя частиц (МРЧ) или методом роя пчел. Изначально МРЧ был разработан как метод решения непрерывных задач. Чтобы применить метод для решения дискретной задачи, вводится концепция расстояний над дискретным пространством решений, и в соответствии с ней переопределяются стандартные арифметические операторы МРЧ. Планируется внедрить в МРЧ оператор, выявляющий наличие участка с максимальным коэффициентом структурного параллелизма в сети при текущем положении агентов-частиц, а затем провести тестирование эффективности гибридного дискретного алгоритма роя частиц на практике путем анализа систем, обладающих структурой высокой сложности.

Заключение

Таким образом, в данной статье предложено альтернативное решение основной проблемы синтеза альтернативных структур, основанное на применении естественных эвристических алгоритмов.

Применение генетического алгоритма в процессе поиска сетей позволит значительно сократить объем оцениваемых структур, оптимально удовлетворяющих заданным условиям.

В свою очередь алгоритмы роя пчел и колонии муравьев могут быть использованы для сокращения издержек качественной и количественной оценок синтезированных структур. Из чего следует, что реализация наиболее вычислительно сложных этапов процесса тензорного анализа и синтеза с использованием эвристических алгоритмов позволит применять его для гораздо более широкого класса сетей Петри.

Результатам апробации предложенных алгоритмов и их сравнению с теоретическими предпосылками предполагается посвятить следующую статью.

Библиографический список

1. Pashchenko, D. Formal transformation inhibitory safe Petri nets into equivalent not inhibitory / D. Pashchenko, D. Trokoz, N. Konnov, M. Sinev // *Procedia Computer Science*. – 2015. – Vol. 49. – P. 99–103.
2. Крон, Г. Тензорный анализ сетей / Г. Крон. – М. : Советское радио, 1965. – 720 с.
3. Кулагин, В. П. Тензорные методы исследования структур сетей Петри / В. П. Кулагин // *Информационные технологии*. – 2015. – № 2, Т. 21. – С. 84–94.
4. Трокоз, Д. А. Алгоритм синтеза альтернативных СП-моделей в тензорной методологии исследования СП-структур / Д. А. Трокоз, Г. В. Мартяшин, Е. А. Бальзанникова, К. С. Максимова // *Информационные технологии в науке и образовании. Проблемы и перспективы : сб. науч. ст. III ежегод. межвуз. науч.-практ. конф.* – Пенза : Изд-во ПГУ, 2016. – С. 131–135.

5. Формальное описание алгоритма декомпозиции сложных систем на основе сетей Петри с использованием тензорной методологии / Г. В. Мартяшин., К. Ю. Тархов, А. В. Калачев, Е. А. Бальзанникова, Д. В. Пашенко // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2016. – № 3. – С. 25–35.
6. Пашенко, Д. В. Модернизация алгоритма синтеза альтернативных СП-моделей в тензорной методологии исследования СП-структур / Д. В. Пашенко, Г. В. Мартяшин, Е. А. Бальзанникова, К. С. Максимова // Информационные технологии в науке и образовании. Проблемы и перспективы : сб. науч. ст. III ежегод. межвуз. науч.-прак. конф. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2016. – С. 158–161.
7. Aitken, A. C. A Problem in Combinations / A. C. Aitken // Mathematical Notes. – 1993. – Vol. 28. – P. 23–28. DOI:10.1017/S1757748900002334
8. Алгоритм синтеза альтернативных сетей Петри для аналитического программного средства исследования СП-моделей с использованием тензорной методологии / Д. В. Пашенко, Г. В. Мартяшин, К. С. Максимова, Е. А. Бальзанникова, К. Ю. Тархов // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2016. – № 2 (18). – С. 231–241.
9. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик ; под ред. В. М. Курейчика. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 320 с.
10. Советкина, Г. И. Метод оценки степени структурного параллелизма безопасных сетей Петри с использованием муравьиного алгоритма / Г. И. Советкина, Е. А. Николаева, Д. А. Трокоз, Д. В. Пашенко // Новые информационные технологии и системы : сб. науч. ст. XIII Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2016. – С. 103–107.
11. Краснов, А. А. Методика выявления функционально параллельных фрагментов заданной СП-структуры. Алгоритм роя частиц как основа критериального аппарата / А. А. Краснов, П. К. Чечель, Д. А. Трокоз, А. В. Дубравин // Новые информационные технологии и системы : сб. науч. ст. XIII Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2016. – С. 61–63.

Мартяшин Георгий Викторович

аспирант,
Пензенский государственный
университет
E-mail: nowargore@gmail.com

Martiashin Georgiy Viktorovich

postgraduate student,
Penza State University

Бальзанникова Елена Алексеевна

студентка,
Пензенский государственный
университет
E-mail: c016s006b017@mail.ru

Balzannikova Elena Alekseyevna

student,
Penza State University

Пашенко Дмитрий Владимирович

доктор технических наук, профессор,
кафедра вычислительной техники,
Пензенский государственный
университет
E-mail: dmitry.pashchenko@gmail.com

Pashchenko Dmitry Vladimirovich

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of computer science,
Penza State University

Трокоз Дмитрий Анатольевич

кандидат технических наук, доцент,
кафедра вычислительной техники,
Пензенский государственный
университет
E-mail: dmitriy.trokoz@gmail.com

Trokoz Dmitry Anatolyevich

candidate of technical sciences,
associate professor,
sub-department of computer science,
Penza State University

Синев Михаил Петрович

кандидат технических наук, доцент,
кафедра вычислительной техники,
Пензенский государственный
университет
E-mail: mix.sinev@gmail.com

Sinev Mihail Petrovich

candidate of technical sciences,
associate professor,
sub-department of computer science,
Penza State University

УДК 004.94

Возможности применения биоинспирированных алгоритмов в задаче синтеза альтернативных сетей Петри в тензорной методологии исследования СП-структур / Г. В. Мартяшин, Е. А. Бальзанникова, Д. В. Пашенко, Д. А. Трокоз, М. П. Синев // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2017. – № 1 (21). – С. 159–168.