

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ НА ОШИБКУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ СЕРДЦА¹**

А. В. Кузьмин

**INVESTIGATION OF INFLUENCE OF GEOMETRIC
PARAMETERS OF MODEL ON ERROR OF ESTIMATION
OF PARAMETERS OF ELECTRICAL ACTIVITY OF HEART**

A. V. Kuzmin

Аннотация. Предмет. Целью работы является исследование влияния геометрических параметров трехмерной модели сердца на погрешность, возникающую при определении параметров многодипольной модели электрической активности сердца (модель Л. И. Титомира) на основе электрокардиографических данных. *Методы.* Теоретическая и методологическая основа исследования представлена фундаментальными трудами Л. И. Титомира в области эквивалентного электрического генератора сердца, методами решения систем линейных алгебраических уравнений, численными методами. В ходе работы использовались трехмерные модели, представляющие сердце, при этом использовались методы геометрического моделирования. *Результаты.* Проанализирован процесс определения параметров многодипольной модели электрической активности сердца, в результате чего показано, что геометрические параметры трехмерной модели сердца, определяющие пространственное расположение диполей, могут сводить задачу к плохо обусловленной системе уравнений, решение которой с использованием приближенных методов приводит к возникновению погрешностей. Определены условия, выполнение которых позволит решать задачи без использования приближенных методов. Проведен численный эксперимент, показавший возможность решения задачи без возникновения погрешностей. Приведены соответствующие результаты и их сравнительный анализ. *Выводы.* Полученные результаты позволяют избавиться от погрешностей, возникающих при решении задачи определения параметров многодипольной модели электрической активности сердца, путем наложения предложенных условий на геометрические параметры трехмерной модели сердца.

Ключевые слова: электрическая активность сердца, обратная задача электрокардиографии, многодипольная модель, трехмерная модель сердца.

Abstract. Background. The aim of the current research is investigation of influence of geometric parameters of 3D model of heart on error of estimation of parameters of multi-dipole model of electrical activity of heart (model of L.I. Titomir) on the base of electrocardiographic data. *Methods.* Theoretical and methodological base of the investigation consists of fundamental matters of L.I Titomir in the field of equivalent electrical generator of the heart, methods of solving of linear algebraic equations systems, numerical methods. 3D models of the heart and geometric modeling methods were used during the work. *Results.* Process of estimation of parameters of multi-dipole model of electrical activity of

¹ Статья подготовлена при поддержке Российского научного фонда (мероприятие «Проведение исследований научными группами под руководством молодых ученых» Президентской программы исследовательских проектов, реализуемых ведущими учеными, в том числе молодыми учеными, проект № 17-71-20029).

the heart were analyzed. It is shown that geometric parameters of 3D model of the heart determining spatial location of dipoles can reduce the task to ill-conditioned system of equations and solution of this system with help of approximate numerical methods leads to errors. The author specified the conditions that allow solving the task without application of approximate methods. Computational experiment showed the possibility of solving the equations without the error. Corresponding results are demonstrated and comparative analysis is implemented. *Conclusions.* Obtained results allow reduce the error of solving the problem of estimation of parameters of multi-dipole model of electrical activity of the heart by imposition of proposed conditions to geometric parameters of 3D model of the heart.

Key words: electrical activity of a heart, reverse problem of electrocardiography, multi-dipole model, 3D model of a heart.

Введение

Начиная рассмотрение данной достаточно узкой проблемы, необходимо отметить, что она относится к очень широкой и важной области – неинвазивной диагностике состояния сердца. Человеческое сердце является объектом изучения со стороны различных наук, что определяется исключительной его важностью. Известно, что заболевания сердечно-сосудистой системы широко распространены, а борьба с ними представляет не только важнейшую медицинскую, но и социальную проблему.

Традиционно наиболее широко используемым методом, применяемым для неинвазивной диагностики состояния сердца, является электрокардиография (ЭКГ). До сих пор стандартное электрокардиографическое исследование с регистрацией 12 каналов электрокардиографического сигнала (ЭКС) остается важнейшим источником информации о работе сердца.

Задача анализа ЭКС так или иначе сводится к решению обратной задачи электрокардиографии, которая заключается в определении некоторых электрических параметров работы сердца по электрокардиографическим данным, зарегистрированным на поверхности тела пациента. В качестве инструментов анализа используется множество различных методов, среди которых классический амплитудно-временной анализ в разных видах, анализ в частотно-временной области, анализ с использованием аппарата искусственных нейронных сетей.

Современный уровень средств измерительной техники, а также информационных технологий представляет исследователям возможность решения обратной задачи электрокардиографии. Результаты этого решения обладают значительной диагностической ценностью, так как позволяют достаточно корректно определить параметры электрической активности сердца (ЭАС).

На текущий момент в данной области актуальными являются вопросы:

- выбор подходящей модели ЭАС, которая, с одной стороны, отвечала бы задачам исследования и была бы достаточно адекватной, а с другой стороны, была бы реализуема с точки зрения вычислительных ресурсов;
- выбор подходящего метода расчета параметров ЭАС, соответствующего требованиям к решению.

Материалы и методы

В настоящем исследовании в качестве модели эквивалентного электрического генератора сердца (ЭЭГС) используется многодипольная модель

(модель Л. И. Титомира) [1]. Такая модель позволяет рассматривать геометрические параметры расположения отдельных диполей с привязкой к точкам или областям на поверхности сердца. Это обеспечивает возможность определения параметров ЭАС для отдельных точек и областей поверхности сердца, в том числе и с учетом динамического изменения их координат.

Если представить тело пациента однородным с заранее определенным усредненным сопротивлением, то значения потенциалов φ_j на поверхности тела, генерируемых набором диполей, обладающих дипольными моментами D_i , будут определяться следующим образом:

$$\varphi_j(t) = \frac{\rho}{4\pi} \sum_{i=1}^I \frac{\cos \alpha_{ji}}{r_{ji}^2} D_i(t), \quad j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где $\varphi_j(t)$ – потенциал в точке измерения j , В; ρ – среднее удельное сопротивление тела, Ом·м; α_{ji} – угол между вектором дипольного момента D_i и прямой, соединяющей j точку отведения с i диполем сердца; r_{ji} – расстояние от i диполя до j точки отведений, м; $D_i(t)$ – дипольный момент i диполя модели сердца ($i = 1, \dots, I$) в момент времени t , А·м; I – количество диполей модели сердца; N – количество точек измерения.

Для реализации моделирования ЭАС в данной постановке требуется рассмотреть две составляющие модели:

- электрическую, т.е. определить численные значения дипольных моментов D_i ;
- геометрическую, т.е. определить значения геометрических параметров, таких как углы α_{ji} и расстояния r_{ji} .

При этом задача определения электрических параметров по зарегистрированным на теле человека электрокардиографическим данным требует знания значений геометрических параметров, от которых будет зависеть результат решения обратной задачи, а следовательно, диагностическая ценность полученных результатов.

Определение указанных геометрических параметров электрокардиографии представляет собой сравнительно простую задачу, если в распоряжении исследователя имеются трехмерные модели сердца и грудной клетки пациента, размеры которых соответствуют антропометрическим данным пациента, а также координаты точек измерения потенциала на поверхности тела (другими словами – точек ЭКГ отведений).

Затем с использованием полученных значений геометрических параметров производится вычисление значений дипольных моментов для каждого момента времени t , рассматриваемого в исследовании. Решение обратной задачи сводится к решению системы уравнений, как правило, неопределенной и требующей применения какого-либо метода оптимизации для решения.

Решение системы уравнений может выполняться, например, с помощью методов Левенберга – Марквардта [2] или Гаусса – Ньютона [3]. В качестве критерия оптимизации может рассматриваться минимум суммы квадратичных разностей между зарегистрированными и вычисленными значениями потенциалов на поверхности тела, что можно назвать среднеквадратичной невязкой F [3]:

$$F = \sum_{j=1}^N (\varphi_j(t) - \varphi'_j(t))^2 = F_{\min}, \quad (2)$$

где $\Phi_j(t)$ – зарегистрированный потенциал в точке j в момент времени t ; $\Phi'_j(t)$ – рассчитанный потенциал в точке j в момент времени t с использованием многодипольной модели.

В работе [2] показано, что геометрические параметры трехмерной модели сердца оказывают значительное влияние на решения и, соответственно, на возникающие в ходе него погрешности, наряду с некоторыми другими факторами. В продолжение указанной работы в качестве гипотезы текущего исследования предполагается, что обоснованный выбор и применение модели позволит снизить погрешность решения обратной задачи ЭАС, возникающую за счет данного фактора.

С математической точки зрения свести погрешность решения к нулю можно в случае, если полученная для решения обратной задачи система уравнений будет совместной и определенной. Для выполнения второго условия достаточно принять, что количество определяемых дипольных моментов равно количеству векторов входной информации (в простейшем варианте это могут быть 12 вершин геометрической модели, соответствующие 12 каналам ЭКГ). Выполнение первого условия будет проверяться и контролироваться при проведении вычислительных экспериментов.

В качестве исходных данных для настоящего исследования используются ЭКС реальных пациентов, зарегистрированных по стандарту ЭКГ-12, трехмерная геометрическая модель грудной клетки пациента, а также различные геометрические модели, выполняющие роль геометрических моделей сердца в работе [2]. Следует оговориться, что геометрические параметры не всех выбранных моделей соответствуют анатомическим параметрам реального сердца человека и используются здесь для исследовательских целей. Их использование позволит лучше обеспечить сравнимость результатов.

Результаты

Вычислительный эксперимент выполнялся с использованием среды SCILAB 6.0.1, установленной на персональном компьютере. Трехмерные модели, определяющие расположение диполей на поверхности сердца, заданы координатами своих вершин и нормальными к ним (рис. 1).

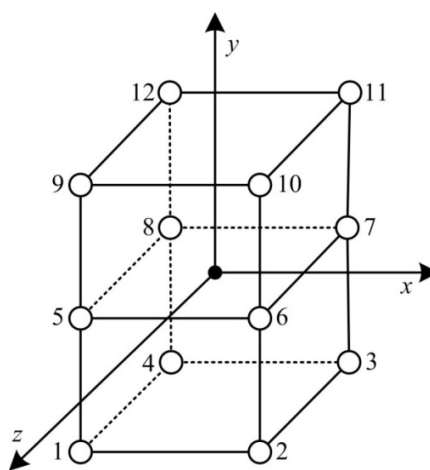


Рис. 1. Тестовая геометрическая трехмерная модель № 2

Как видно из рис. 1, начало геометрический центр модели помещен в начало координат. Количество вершин каждой модели соответствует количеству зарегистрированных каналов ЭКГ-12. Предполагается, что в вершинах тестовой модели располагаются диполи (с дипольными моментами D_1-D_{12} соответственно), а вектор дипольного момента совпадает с нормалью к этой вершине.

Все модели имеют сходную структурную организацию – включают 3 уровня, на каждом уровне имеется по 4 вершины. Отличаются они только формой.

Для решения обратной задачи, состоящей в определении электрических параметров диполей, составлена система уравнений, где неизвестными являются значения дипольных моментов D_1-D_{12} для момента времени t на основе выражения (1). В матричном виде в левой части системы уравнений записаны коэффициенты при неизвестных, правую часть составляют значения потенциалов в точках $\varphi_i(t)$ в тот же самый момент времени t . Для наглядности результатов исследования использовался ЭКС длительностью в 1 кардиоцикл, включающий 100 отсчетов. Таким образом, для решения поставленной задачи требуется составить и решить 100 систем уравнений. Системы уравнений для различных геометрических моделей отличаются левой частью, т.е. коэффициентами при неизвестных. Поскольку в данном эксперименте геометрическая модель рассматривается как статическая, левая часть системы уравнений остается неизменной для любого момента времени t . Правая часть изменяется во времени, но для каждого момента времени t остается одинаковой для всех систем уравнений, так как для сравнимости результатов используется один и тот же исходный ЭКС.

Пример сформированной матрицы коэффициентов для тестовой модели № 2 приведен на рис. 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,4866	-3,8708	-3,8708	0,4866	9,7532	-4,0923	-4,0923	9,7532	19,3813	-0,4421	-0,4421	19,3813
2	-3,8708	0,4866	0,4866	-3,8708	-4,0923	9,7532	9,7532	-4,0923	-0,4421	19,3813	19,3813	-0,4421
3	15,7274	15,7274	15,7274	15,7274	0	0	0	0	-3,6992	-3,6992	-3,6992	-3,6992
4	32,0358	6,8801	-7,2919	-3,9798	207,1245	16,4923	-12,9047	-7,502	32,0358	6,8801	-7,2919	-3,9798
5	18,3775	18,3775	-6,4462	-6,4462	63,5437	63,5437	-11,7886	-11,7886	18,3775	18,3775	-6,4462	-6,4462
6	5,6852	33,5153	-3,5287	-7,2818	13,1534	236,889	-6,6772	-12,8272	5,6852	33,5153	-3,5287	-7,2818
7	2,6515	36,2905	-2,0378	-7,0852	5,5959	298,489	-3,8968	-12,3049	2,6515	36,2905	-2,0378	-7,0852
8	-1,6494	28,3744	2,137	-5,7615	-2,9772	115,9578	4,1494	-9,6607	-1,6494	28,3744	2,137	-5,7615
9	-3,4221	8,8367	8,8367	-3,4221	-5,5908	17,8445	17,8445	-5,5908	-3,4221	8,8367	8,8367	-3,4221
10	15,3782	21,5329	-6,0239	-6,7834	47,9453	83,8338	-11,0954	-12,3155	15,3782	21,5329	-6,0239	-6,7834
11	10,0307	27,9564	-4,931	-7,2008	26,4161	144,7329	-9,2094	-12,8803	10,0307	27,9564	-4,931	-7,2008
12	0	34,8964	0	-6,5446	0	227,7336	0	-11,1668	0	34,8964	0	-6,5446
13												
14												
15												
16												
17												

Рис. 2. Матрица коэффициентов для тестовой модели № 2

Получен набор квадратных линейных систем уравнений вследствие ограничений, наложенных на проведение эксперимента. Следующим этапом требуется определить их совместность. Наиболее простым методом решения подобных систем уравнений является матричный, позволяющий получить единственное решение. Результат в этом случае получается без применения

каких-либо методов оптимизации с критерием, как например, представленным выражением (2). При этом требуется получить значение определителя матрицы с коэффициентами. Полученные значения приведены на рис. 3.

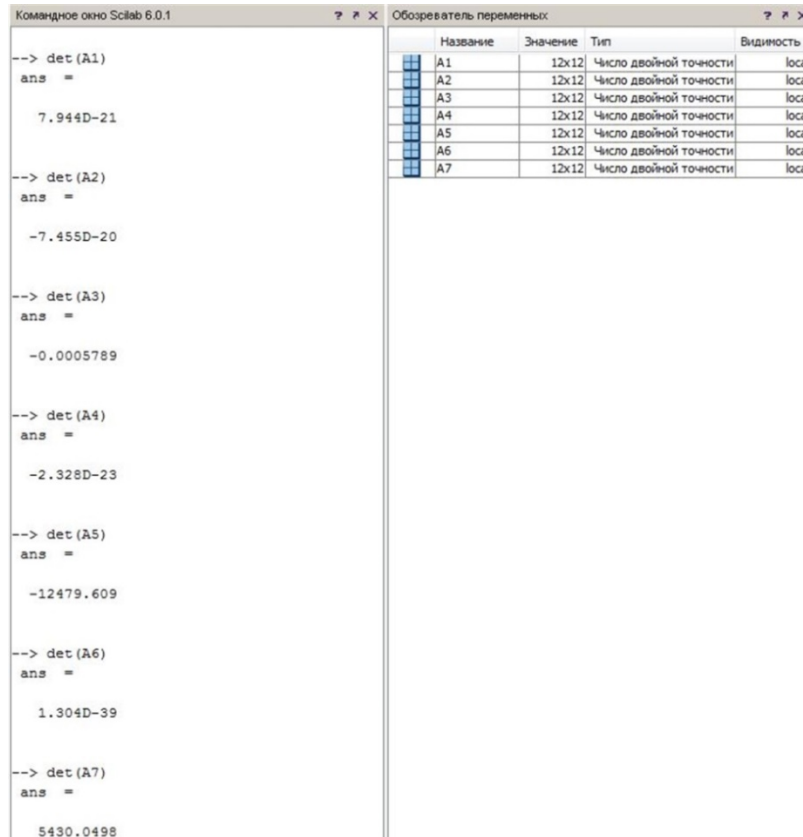


Рис. 3. Значения определителей матриц

На рис. 3 A_1 – A_{12} – двумерные массивы, размерностью 12×12 , содержащие коэффициенты при неизвестных для тестовых моделей с 1-й по 7-ю, представленных числами с плавающей точкой с двойной точностью. Как видно из рис. 3, для дальнейшего решения пригодны только матрицы A_3 , A_5 , A_7 , представляющие соответствующие модели. Определители остальных матриц практически равны нулю с учетом особенностей представления числа с плавающей точкой.

Таким образом, на следующем этапе исследования – поиске решения систем уравнений – используются отобранные три матрицы (A_3 , A_5 , A_7). Решения найдены для каждого момента времени t , т.е. матричным методом определены t (в нашем случае 100) наборов значений D_1 – D_{12} .

Для контроля ошибки определения значений D выбраны 3 момента времени t , соответствующие отсчетам с номерами 13, 33 и 63. Для этих моментов проведено обратное преобразование и в соответствии с формулой (1) получены данные потенциалов ϕ_1 – ϕ_{12} , которые в случае правильного решения должны совпадать с исходными значениями ϕ'_1 – ϕ'_{12} для этого же момента времени. Для систем A_3 , A_5 , A_7 для всех выбранных моментов времени

рассчитанные значения совпали с исходными значениями, что свидетельствует о корректности решения систем.

Результаты проверки для отсчета 63 приведены на рис. 4, где в командном окне показано матричное преобразование с использованием матриц $A3$, $A5$, $A7$ и полученных значений дипольных моментов для моделей 3, 5, 7 для этого же момента времени (соответствующие векторы обозначены $D3_63$, $D5_63$, $D7_63$) в виде вектор-столбцов значений D_1 – D_{12} . В окне редактора переменных открыт вектор-столбец $B63$ со значениями правой части, которая одинакова для всех рассматриваемых систем уравнений. Видно, что значения вектор-столбцов совпадают, а небольшая погрешность объясняется особенностями представления чисел с плавающей точкой. В окне обозревателя переменных отображаются все имеющиеся на данном этапе эксперимента данные: матрицы $A1$ – $A7$ для соответствующих геометрических моделей, $B13$, $B33$, $B63$ – векторы правых частей для моментов времени, соответствующих отсчетам 13, 33, 63, а также векторы значений дипольных моментов D_1 – D_{12} для каждой рассматриваемой модели $D3$, $D5$, $D7$ для каждого рассматриваемого момента времени, соответствующего отсчетам 13, 33, 63, например $D3_13$, и т.д.

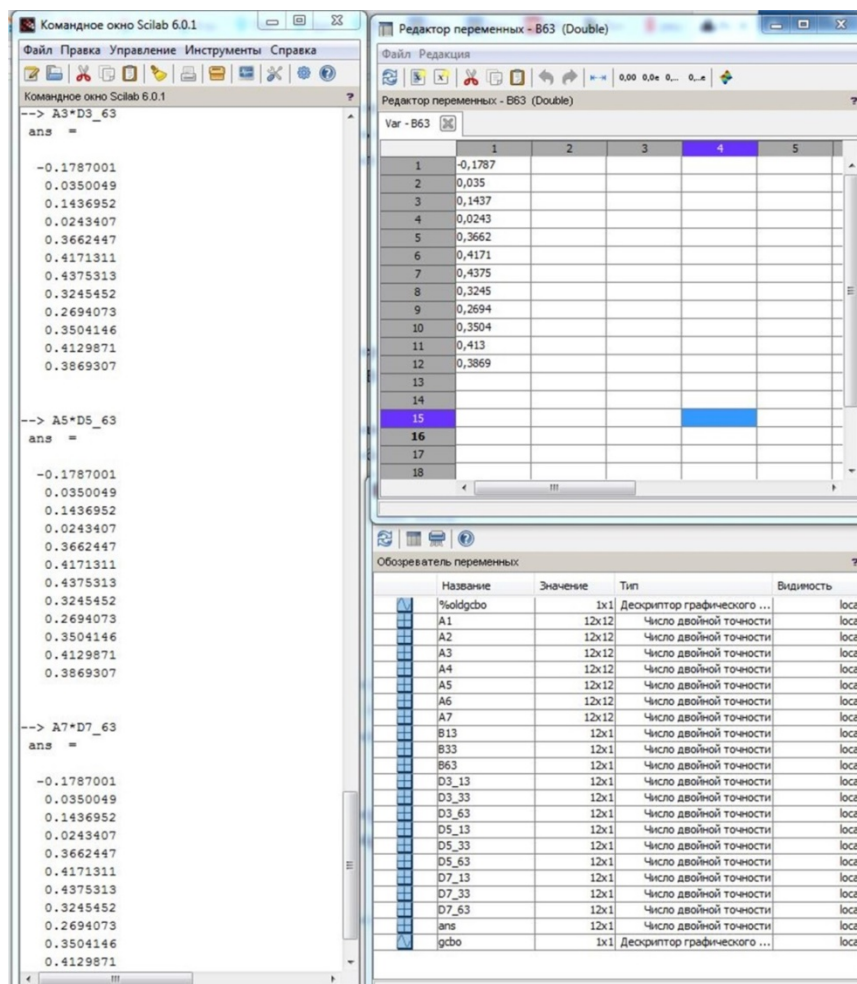


Рис. 4. Полученные значения

Обсуждение

В исследованиях [2, 4] показано, что при определении дипольных моментов ЭЭГС путем поиска в пространстве решений в соответствии с определенным критерием, например, приведенный в выражении (2), возникает ошибка, которая обусловлена параметрами систем уравнений. Эта погрешность составляет от 0 до 62 %. Численное значение ошибки зависит от конкретного применяемого алгоритма и в том числе от применяемых геометрических моделей.

Одним из путей, которые позволяют снизить уровень ошибки, является применение метода решения, исключающего поиск в пространстве решений. Показано, что применение матричного метода решения системы уравнений позволяет свести на нет уровень погрешностей решения. Как показано на рис. 5, график значений, полученных с помощью данного метода, полностью совпал с графиком исходных данных, в отличие от значений, полученных с помощью алгоритма, описанного в работе [4].

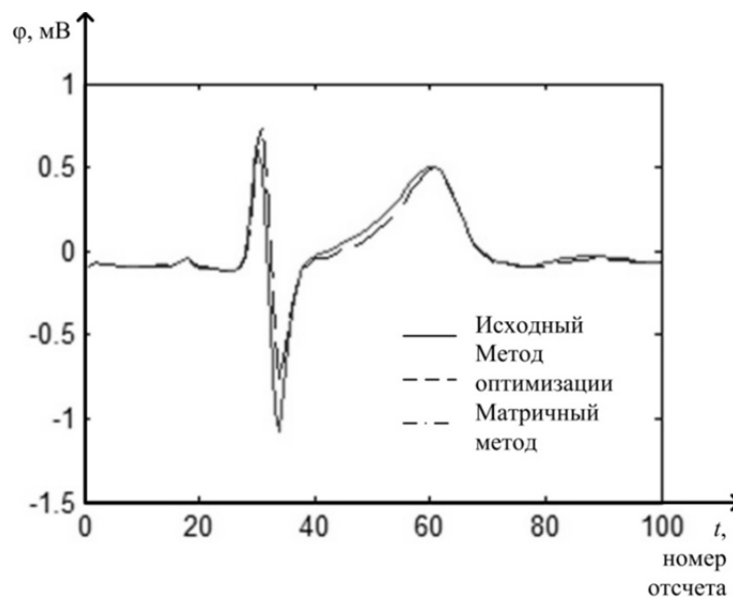


Рис. 5. Сравнение результатов решения

При этом решающими становятся условия, которые позволяют применять такой метод. Среди этих условий – совместность и определенность. Если второе условие можно обеспечить наложением ограничений на эксперимент, что было сделано в данной работе, то первое условие необходимо контролировать по ходу проведения эксперимента.

Как следует из формулы (1), геометрические параметры влияют на формирование коэффициентов при неизвестных в матрицах, используемых для решения системы уравнений. Выбор корректной геометрической модели и проверка условия совместности позволяют получить результаты, повышающие эффективность определения параметров ЭАС в диагностических системах и интерактивных системах моделирования и визуализации [5] для учебных и исследовательских целей.

Выводы

Проведенное исследование влияния геометрических параметров модели на ошибку определения параметров ЭАС с использованием многодипольной модели ЭЭГС позволяет сделать следующие выводы:

- геометрические параметры трехмерной модели сердца, определяющие пространственное положение диполей, оказывают значительное влияние на возможную ошибку при определении значений дипольных моментов;
- снизить ошибку при определении параметров ЭАС можно путем использования методов решения системы уравнений, которые не используют поиск в пространстве решений в соответствии с заданным критерием, как например, использованный в данной работе матричный метод;
- для уменьшения возможности ошибки при определении значений дипольных моментов предлагается накладывать дополнительные ограничения на геометрические параметры моделей и контролировать их соблюдение, исключая формирование систем уравнений, не обеспечивающих возможность их решения на соответствующих этапах моделирования.

Библиографический список

1. *Титомир, Л. И.* Математическое моделирование биоэлектрического генератора сердца / Л. И. Титомир, П. Кнеппо. – М. : Наука. Физматлит, 1999. – 447 с.
2. *Митрохина, Н. Ю.* Анализ электрической активности сердца с использованием геометрических параметров / Н. Ю. Митрохина, А. В. Кузьмин, Е. В. Петрунина // Медицинская техника. – 2013. – № 6. – С. 38–41.
3. *Крамм, М. Н.* Погрешности реконструкции параметров токового диполя сердца для неоднородной модели торса человека в виде кругового цилиндра / М. Н. Крамм, Н. О. Стрелков, М. В. Сушок // Журнал радиоэлектроники. – 2012. – № 12. – URL <http://jre.cplire.ru/mac/dec12/13/text.html>
4. *Кузьмин, А. В.* Исследование алгоритмов определения параметров многодипольной модели сердца / А. В. Кузьмин, Н. Ю. Митрохина, А. В. Иващенко // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – Т. 16, № 4 (2). – С. 372–377.
5. *Косников, Ю. Н.* Построение интерфейса человек-компьютер для системы автоматизированного управления сложными объектами / Ю. Н. Косников // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2014. – № 4. – С. 82–92.

References

1. Titomir L. I., Kneppo P. *Matematicheskoe modelirovanie bioelektricheskogo generatora serdtsa* [Mathematical modeling of bioelectric generator hearts]. Moscow: Nauka. Fizmatlit, 1999, 447 p.
2. Mitrokhina N. Yu., Kuz'min A. V., Petrunina E. V. *Medicsinskaya tekhnika* [Medical equipment]. 2013, no. 6, pp. 38–41.
3. Kramm M. N., Strelkov N. O., Sushok M. V. *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of electronics]. 2012, no. 12. Available at <http://jre.cplire.ru/mac/dec12/13/text.html>
4. Kuz'min A. V., Mitrokhina N. Yu., Ivashchenko A. V. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk* [Proceedings of the Samara scientific center of the Russian Academy of Sciences]. 2014, vol. 16, no. 4 (2), pp. 372–377.
5. Kosnikov Yu. N. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Engineering sciences]. 2014, no. 4, pp. 82–92.

Кузьмин Андрей Викторович
кандидат технических наук, доцент,
кафедра информационно-
вычислительных систем,
Пензенский государственный
университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная 40)
E-mail: a.v.kuzmin@pnzgu.ru

Kuz'min Andrey Viktorovich
candidate of technical sciences,
associate professor,
sub-department of information
and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 004.9; 621/317; 612.172.4

Кузьмин, А. В.

Исследование влияния геометрических параметров модели на ошибку определения параметров электрической активности сердца / А. В. Кузьмин // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2018. – № 4 (28). – С. 103–112.