

**АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
В СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ
С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ**

А. К. Гришко

**THE ALGORITHM OF OPTIMAL CONTROL
IN COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS
TO THE RESTRICTIONS OF THE DESIGN**

A. K. Grishko

Аннотация. *Актуальность и цели.* Управление процессами проектирования сложных изделий часто рассматривается как многокритериальный синтез системы, когда одновременное улучшение всех показателей качества системы невозможно, а сами критерии проектирования, как правило, носят взаимоисключающий характер. Кроме того, все реальные проблемы управления подчинены различного типа ограничениям, которые являются неизбежной частью формулировки общей проблемы, потому что система работает вблизи них. Комплексные задачи анализа проектируемых конструкций на соответствие техническим требованиям, как правило, решаются на его завершающих этапах. Поэтому важно на ранних этапах проектирования для принятия оптимального конструкторского решения иметь возможность прогнозировать поведение сложной системы и одновременно учитывать возникающие в его процессе ограничения. Это позволит сократить финансовые и временные затраты на разработку сложных технических систем. Цель работы состоит в том, чтобы предложить способ оптимизации управления процессами проектирования сложных технических систем. *Материалы и методы.* Рассматривается алгоритм управления, основанный на применении теории оптимального управления с использованием подхода с расширяющимися условиями. *Результаты.* В работе описана процедура оптимизации управления, отличительной особенностью которой является то, что в результате ее применения будет формироваться закон управления, имеющий стационарную обратную связь, а также характеризующийся системным учетом всех ограничений на реализацию сложной системы. *Выводы.* Предложенный алгоритм прогнозирующего управления найдет широкое применение в системах управления, работающих на границах рабочих режимов. Основными достоинствами алгоритма являются возможность производить оценку состояния системы в масштабе реального времени и прогнозирование будущих состояний, а также возможность оптимизации в масштабе реального времени будущей траектории системы управления, подчиненной ограничениям.

Ключевые слова: сложная техническая система, прогнозирующее управление, ограничения проектирования.

Abstract. *Background.* Manage design processes of complex products is often regarded as a multicriteria synthesis system, when a simultaneous improvement in all quality indicators of the system impossible, and do the design criteria tend to be mutually exclusive. In addition, all of the real problems of management are subject to various types of constraints that are an inevitable part of the statement of the problem, because the system is

working near them. A comprehensive task analysis of the designed structures for compliance with technical requirements usually are resolved in its final stages. It is therefore important at the early stages of design to make better design decisions to be able to predict the behavior of a complex system and at the same time to respond in its process limitations. This will reduce the financial and time costs for the development of complex technical systems. The purpose of this paper is to provide a method for optimizing process control design of complex technical systems. *Materials and methods.* The article deals with the control algorithm based on the application of optimal control theory using the approach to expanding conditions. *Results.* The paper describes the optimization of the management procedure, the distinctive feature of which is that the result of its application will form the control law, having a fixed feedback and a system characterized by taking into account all the constraints on the implementation of a complex system. *Conclusions.* The proposed algorithm predictive control will be widely used in the control systems operating at the boundaries of the operating modes. The main advantages of the algorithm are able to produce an assessment of the system status in real time, and predict future conditions, and the ability to optimize in real time the future trajectory of the control system, the slave constraints.

Key words: complex technical system, predictive control, design constraints.

Введение

Необходимость в прогнозирующем управлении возникла в промышленной сфере как реакция на необходимость учитывать возникающие реальные ограничения. В большинстве задач проектирования эти ограничения можно игнорировать, по меньшей мере, на начальных стадиях проектирования [1–4]. Но существуют задачи, где эти ограничения будут неизбежной частью формализованного представления общей проблемы. Как правило, это достаточно широкий класс систем, которые функционируют вблизи этих ограничений.

Постановка задачи

Предположим, что имеется стационарная модель некоторой системы, цели и ограничения которой также стационарны, а все состояние системы измеряется. Тогда стратегия управления может быть выражена как определенное отображение статического состояния на управление:

$$u_x^0(k) = h(x(k)), \quad (1)$$

где $u_x^0(k)$ – оптимальное управляющее воздействие в момент времени k ; $h(x(k))$ – некоторое статическое отображение состояния системы.

Необходимо охарактеризовать это статическое отображение.

Существует множество альтернативных вариантов формализации моделей прогнозирующего управления, в том числе методы с использованием полиномов и описанием в пространстве состояний [5, 6]. В работе рассматривается метод, описывающий модель управления в пространстве состояний.

Прогнозирующим управлением мы называем алгоритм управления, который основан на решении задачи его оптимизации в масштабе реального времени [7, 8]. Для этого применяется подход, основанный на расширяющих-

ся условиях. Его реализация может быть получена в результате следующих этапов:

1. Для текущего состояния системы $x(k)$ и времени k необходимо найти решение в масштабе реального времени для разомкнутого контура задачи оптимального управления для некоторого будущего интервала. При этом учитываются *текущие* и *будущие* ограничения.

2. После этого применяется первый шаг для последовательности оптимального управления.

3. Повторяется процедура для момента времени $(k+1)$ с использованием текущего состояния $(k+1)$.

В итоге реализуется стратегия замкнутого контура, для чего используется измеренная величина $x(k)$ как текущее состояние. В тех случаях, когда непосредственное измерение $x(k)$ нельзя произвести, стратегию замкнутого контура получают $x(k)$ на восстановленную величину, которая получена как некоторая форма наблюдателя.

Моделирование прогнозирующего управления для общего нелинейного варианта

Будем предполагать, что величину $x(k)$ можно непосредственно измерить. Тогда для общего нелинейного варианта метод будет выглядеть следующим образом.

Дана некоторая модель

$$x(l+1) = f(x(l), u(l)), \quad x(k) = x, \quad (2)$$

где новое состояние модели $x(l+1)$ является некоторой функцией от предыдущего состояния $x(l)$ и результата управляющего воздействия $u(l)$ в момент времени l .

Модельное прогнозирующее управление для (x, k) находим решением задачи в виде ограниченного оптимального управления [6, 7, 9]:

$$P_N(x): V_N^0(x) = \min_{u \in U_N} V_N(x, U), \quad (3)$$

где

$$U = \{u(k), u(k+1), \dots, u(k+N-1)\}, \quad (4)$$

$$V_N(x, U) = \sum_{l=k}^{k+N-1} L(x(l), u(l)) + F(x(k+N)), \quad (5)$$

здесь слагаемое $F(x(k+N))$ характеризует зависимость от граничных условий; V_N – подмножество U , которое будет удовлетворять ограничениям на всем рассматриваемом интервале $[k, k+N-1]$:

$$u(l) \in U, \quad l = k, k+1, \dots, k+N-1, \quad (6)$$

$$x(l) \in U, \quad l = k, k+1, \dots, k+N \quad (7)$$

вместе с некоторым граничным условием в виде

$$x(k+N) \in W.$$

Как правило, множество $X \subset R^m$ имеет выпуклый и компактный характер, множество $X \subset R^n$ является выпуклым и замкнутым, W – множество, которое может быть соответствующим образом выбрано для достижения устойчивости системы управления.

Поскольку вышеупомянутая формулировка модели носит инвариантный характер во времени, то в результате будет получаться закон управления, имеющий стационарную обратную связь [4–6]. Без потери общности можно задать $k = 0$ в задаче управления, имеющей разомкнутый контур, для чего (x, k) решают:

$$P_N(x): \quad V_N^0(x) = \min_{u \in U_N} V_N(x, U), \quad (8)$$

где

$$U = \{u(0), u(1), \dots, u(k+N-1)\}, \quad (9)$$

$$V_N(x, U) = \sum_{l=0}^{N-1} L(x(l), u(l)) + F(x(N)), \quad (10)$$

при соответствующих ограничениях.

Формирование алгоритма оптимизации управления с учетом ограничений

С целью решения этой задачи можно использовать стандартные и типовые методы оптимизации.

Пусть некоторая управляющая последовательность, которую требуется минимизировать, имеет следующий вид:

$$U_x^0 = \{u_x^0(0), u_x^0(1), \dots, u_x^0(N-1)\}. \quad (11)$$

Фактическое управление, которое прикладывается в момент времени k , – первый элемент этой последовательности, т.е.

$$u = u_x^0(0). \quad (12)$$

После этого время смещаем вперед на единицу и вышеупомянутую процедуру повторяем для следующего диапазона оптимизации на N шагов вперед. Это значит, что первый вход новой последовательности из N шагов вперед будет использоваться в качестве управления. Вышеупомянутую про-

цедуру можно повторять неограниченное количество раз. Идея иллюстрируется в публикациях [7–10] и на рис. 1–3.

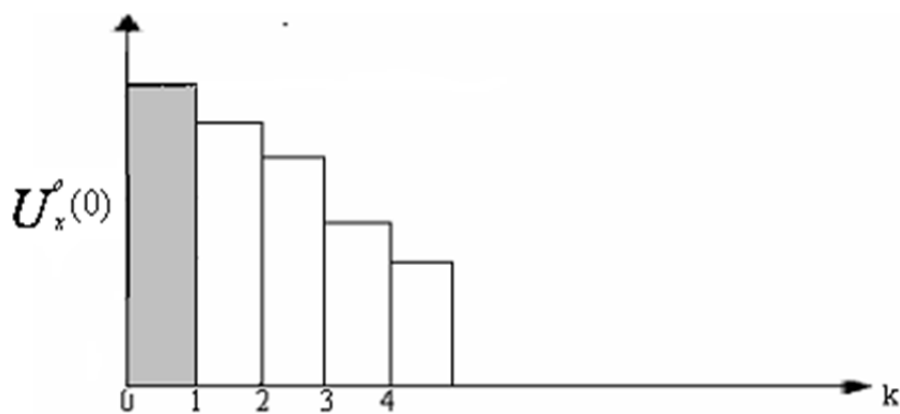


Рис. 1. Первый этап оптимизации управления

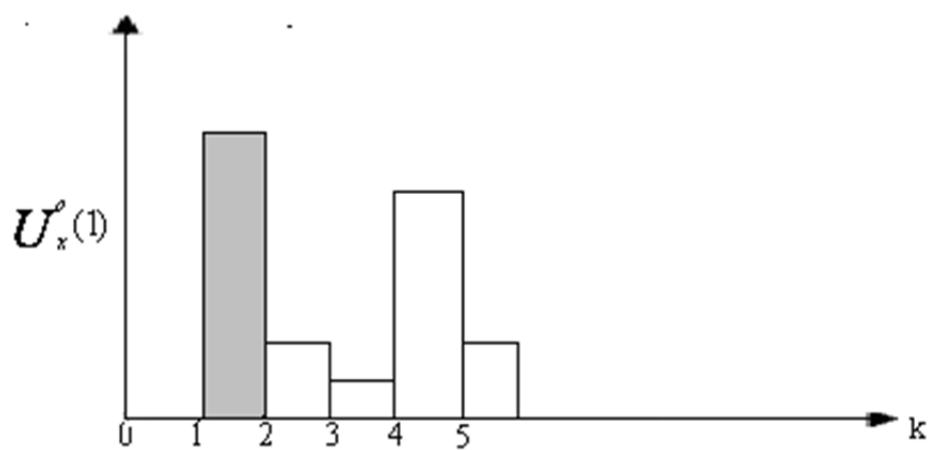


Рис. 2. Второй этап оптимизации управления

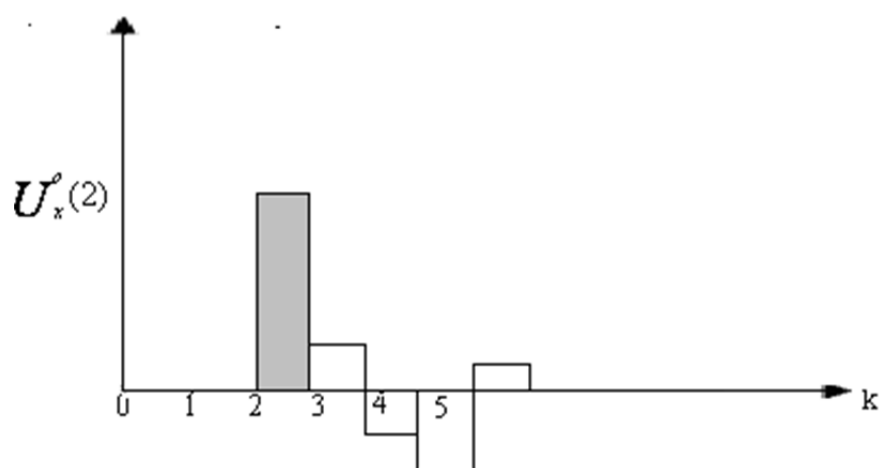


Рис. 3. Третий этап оптимизации управления

Прогнозирующее управление, которое было упомянуто выше, в неявной форме определяет стационарную стратегию управления, как в выражении (1), т.е. статическое отображение вида:

$$h(x) = u_x^0(0). \quad (13)$$

Заключение

Предложенный алгоритм прогнозирующего управления находит широкое применение в системах управления, работающих на границах рабочих областей [11–14].

Основными достоинствами алгоритма являются следующие:

- Алгоритм прогнозирующего управления обеспечивает системный подход к учету ограничений в задачах управления.
- Этот метод является одним из немногих, позволяющих работать с ограничениями состояния.
- Метод обладает глобальной асимптотической устойчивостью при подходящих весовых коэффициентах заключительного состояния.
- Имеется возможность произвести оценку состояния в масштабе реального времени и прогнозирование будущих состояний.
- Имеется возможность оптимизации в масштабе реального времени будущей траектории системы управления, подчиненной ограничениям, с помощью метода квадратичного программирования.

Библиографический список

1. Методы классической и современной теории автоматического управления : учеб. : в 3 т. Т. 2. Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления / под ред. Н. Д. Егупова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 736 с.
2. Гилл, Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. – М. : Мир, 1985. – 509 с.
3. Гришко, А. К. Оптимальное управление параметрами системы радиоэлектронных средств на основе анализа динамики состояний в условиях конфликта / А. К. Гришко // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2016. – № 2 (38). – С. 102–111. DOI: 10.21685/2072-3059-2016-2-9
4. Северцев, Н. А. Системный анализ определения параметров состояния и параметры наблюдения объекта для обеспечения безопасности / Н. А. Северцев // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 4–10.
5. Гришко, А. К. Определение показателей надежности структурных элементов сложной системы с учетом отказов и изменения параметров / А. К. Гришко // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2016. – № 2. – С. 51–57.
6. Северцев, Н. А. Метод оценки показателей безопасности автономных динамических систем / Н. А. Северцев, А. Н. Катулев // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 17–26.
7. Гришко, А. К. Алгоритм поддержки принятия решений в многокритериальных задачах оптимального выбора / А. К. Гришко // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2016. – № 1 (17). – С. 242–248.

8. Кочегаров, И. И. Алгоритм выявления латентных технологических дефектов фототаблонов и печатных плат методом оптического допускового контроля / И. И. Кочегаров, И. В. Ханин, Н. К. Юрков, А. В. Григорьев // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2013. – Т. 2. – С. 54–57.
9. Гришко, А. К. Оптимальное управление частотным ресурсом радиотехнических систем на основе вероятностного анализа динамики информационного конфликта / А. К. Гришко // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2016. – № 57. – С. 21–28. DOI: 10.21667/1995-4565-2016-57-3-21-28
10. Гришко, А. К. Анализ надежности структурных элементов сложной системы с учетом интенсивности отказов и параметрической девиации / А. К. Гришко // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2016. – № 3 (19). – С. 130–137.
11. Кочегаров, И. И. Алгоритм прямого перебора с применением теории графов / И. И. Кочегаров, В. В. Стюхин // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2012. – Т. 2. – С. 130–131.
12. Анализ отчетных сегментов следа вибрационного размытия изображения круглой метки / А. В. Григорьев, И. И. Кочегаров, С. А. Бростилов, Н. В. Горячев, П. Г. Андреев // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2016. – Т. 2. – С. 37–41.
13. Grishko, A. Dynamic Analysis and Optimization of Parameter Control in Radio Systems in Conditions of Interference / A. Grishko, N. Goryachev, I. Kochegarov, N. Yurkov // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Moscow, Russia, May 12–14, 2016. – M., 2016. – P. 1–4. DOI: 10.1109/SIBCON.2016.7491674.
14. Grishko, A. Adaptive Control of Functional Elements of Complex Radio Electronic Systems / A. Grishko, N. Goryachev, N. Yurkov // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Vol. 10, № 23. – P. 43 842–43 845.

Гришко Алексей Константинович

кандидат технических наук, доцент,
кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный
университет
E-mail: alexey-grishko@rambler.ru

Grishko Aleksey Konstantinovich

candidate of technical sciences,
associate professor,
sub-department of designing and production
of radio equipment,
Penza State University

УДК 519.7; 681.5

Гришко, А. К.

Алгоритм оптимального управления в сложных технических системах с учетом ограничений / А. К. Гришко // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2017. – № 1 (21). – С. 117–123.