

## АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ИЗГИБНО-ЖЕСТКИХ НИТЕЙ

Д. А. Тарасов<sup>1</sup>, Н. Ю. Митрохина<sup>2</sup>, Е. В. Маньченкова<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Пензенский государственный университет, Пенза, Россия  
<sup>1</sup>tarasov.denis.penza@gmail.com, <sup>2</sup>natenai@yandex.ru, <sup>3</sup>ekaterina.manchenkova@mail.ru

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* Предложен алгоритм, реализующий метод компьютерного моделирования распределения напряжений и деформаций с учетом изгибной жесткости в элементах. *Материалы и методы.* Исследования основаны на положениях сопротивления материалов и методах исследования математических моделей. *Результаты.* Проведен сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния, определенного, с помощью проблемно-ориентированной системы компьютерного моделирования, реализующей предложенный алгоритм, и коммерческой системы компьютерного моделирования, реализующей метод конечных элементов. *Выводы.* Использование предложенного алгоритма позволит с большей точностью определять напряженно-деформированное состояние нитей, обладающих определенной изгибной жесткостью. Это даст возможность корректно решать задачи по расчету и конструированию, а также может привести к более широкому внедрению элементов, работающих в основном на растяжение и частично воспринимающих изгибающие моменты.

**Ключевые слова:** напряжения, деформации, изгибная жесткость, нить, алгоритм

**Для цитирования:** Тарасов Д. А., Митрохина Н. Ю., Маньченкова Е. В. Алгоритм моделирования напряженно-деформированного состояния изгибно-жестких нитей // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2022. № 1. С. 82–93. doi:10.21685/2227-8486-2022-1-9

## ALGORITHM FOR MODELING THE STRESS-DEFORMED STATE OF BENDED-RIGID THREADS

D.A. Tarasov<sup>1</sup>, N.Yu. Mitrokhina<sup>2</sup>, E.V. Manchenkova<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Penza State University, Penza, Russia  
<sup>1</sup>tarasov.denis.penza@gmail.com, <sup>2</sup>natenai@yandex.ru, <sup>3</sup>ekaterina.manchenkova@mail.ru

**Abstract.** *Background.* An algorithm is proposed for modeling the distribution of stresses and strains, taking into account the bending stiffness in elements for which the design model is a thread. *Materials and methods.* The studies were carried out based on the provisions of the strength of materials and mathematical modeling. *Results.* There has been carried out a comparative analysis of the stress-strain state, determined using a problem-oriented software package that implements the proposed algorithm and a commercial computer modeling system that implements the finite element method. *Conclusions.* The use of the proposed algorithm will make it possible to determine the true stress-strain state of threads with a certain bending stiffness. This will allow to correctly solve the problems

of calculation and design, and can also lead to a wider introduction of elements that work mainly in tension and partially perceive bending moments.

**Keywords:** stresses, deformations, bending stiffness, thread, algorithm

**For citation:** Tarasov D.A., Mitrokhina N.Yu., Manchenkova E.V. Algorithm for modeling the stress-deformed state of bended-rigid threads. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, networks in economics, technology, nature and society*. 2022;(1):82–93. (In Russ.). doi:10.21685/2227-8486-2022-1-9

### Введение

В настоящее время достаточно широко представлены методы по расчету несущих элементов механических систем [1], расчетной моделью которых является гибкая нить [2]. В качестве таких элементов выступают стальные канаты воздушных линий электропередач, контактных проводов электрифицированных железных дорог, кабель-кранов и канатных дорог [3–5]. Однако техническая сложность реализации опорных узлов и ограниченная доступность стальных канатов ведет к их замене горячекатаными профилями. Это особенно актуально для покрытий зданий и сооружений, где в качестве несущих конструкций часто используют криволинейные элементы, выполненные в виде стальных труб и двутавров, хорошо работающих как на растяжение, так и на изгиб [6]. Следовательно, для указанных элементов расчетная модель гибкой нити не позволит определить истинное напряженно-деформированное состояние (НДС), возникающее в результате внешнего воздействия [7, 8]. Таким образом, для определения реальных значений напряжений и деформаций необходимо рассматривать нить с учетом изгибной жесткости [9].

Цель данного исследования заключается в разработке алгоритма компьютерного моделирования, позволяющего моделировать НДС нитей, обладающих определенной изгибной жесткостью, реализация этого алгоритма в системе компьютерного моделирования.

### Материалы и методы

Рассмотрим изгибно-жесткую нить пролетом  $l$  с упругоподатливыми опорами, расположенными на разных уровнях под углом  $\beta$ , представленную на рис. 1. До приложения равномерно-распределенной нагрузки  $q$  нить имеет исходное очертание, описанное уравнением параболы  $y_0(x)$ . В результате действия нагрузки в нити возникают вертикальные перемещения  $u(x)$  и появляется распор  $H$  – горизонтальная составляющая растягивающего нить усилия [10].

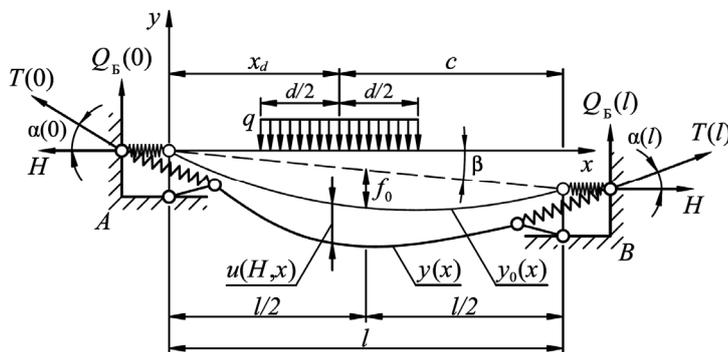


Рис. 1. Расчетная модель изгибно-жесткой нити

Известно [11], что нить, имеющая определенную изгибную жесткость, является общим случаем гибкой нити, для которой уравнение равновесия в деформированном состоянии, имеет вид [12]

$$y(x) = \frac{M_B(x)}{H}, \quad (1)$$

где  $M_B(x)$  – функция изгибающего момента в шарнирно опертой балке пролетом  $l$  от действия нагрузки  $q$ , Н·м;  $H$  – распор, Н.

Выражение (1) представляет собой уравнение эпюры моментов с масштабом подобия  $1/H$  в балке, имеющей тот же пролет, что и гибкая нить, и нагруженная точно так же.

Переписав выражение (1) следующим образом, получим уравнение моментов, взятое относительно произвольной точки с абсциссой  $x$ , расположенной на оси гибкой нити [13]:

$$M_B(x) - Hy(x) = 0. \quad (2)$$

Поскольку нить гибкая, то момент в любой ее точке равен нулю.

Для нити, обладающей изгибной жесткостью и способной воспринимать изгибающий момент, уравнение (2) примет вид

$$M_B(x) - Hy(x) = M_H(H, x), \quad (3)$$

где  $M_H(H, x)$  – функция изгибающего момента в изгибно-жесткой нити, Н·м.

В уравнении (3) в параметры функции изгибающего момента, воспринимаемого нитью конечной жесткости, добавлен распор ввиду того, что он неизвестен на момент определения данной зависимости.

Момент, возникающий в изгибно-жесткой нити, можно определить с помощью приближенной теории изгиба прямолинейных брусьев [14]:

$$M_H(H, x) = EJ \frac{d^2}{dx^2} u(H, x), \quad (4)$$

где  $E$  – модуль упругости первого рода, Па;  $J$  – момент инерции сечения, м<sup>4</sup>;  $u(H, x)$  – функция прогиба, м.

Между изгибающим моментом и поперечной силой существует дифференциальная зависимость, так производная от изгибающего момента по абсциссе сечения нити равна поперечной силе [15]:

$$Q_H(H, x) = \frac{d}{dx} M_H(H, x). \quad (5)$$

Из расчетной модели, представленной на рис. 1 видно, что уравнение, описывающее конечную линию равновесия, имеет вид

$$y(x) = y_0(x) + u(H, x). \quad (6)$$

После подстановки (4) и (6) в уравнение (3) последнее приобретет вид

$$EJ \frac{d^2}{dx^2} u(H, x) - M_B(x) + H(y_0(x) + u(H, x)) = 0. \quad (7)$$

Вследствие того, что определение изгибающего момента в шарнирно опертой однопролетной балке не вызывает затруднений, то уравнение (7) не будет иметь решения только до тех пор, пока не известен распор [16, 17]. В первом приближении значение распора следует принимать равное величине, полученной в результате расчета эквивалентной гибкой нити.

Внутренние усилия (изгибающий момент  $M_B(x)$  и поперечная сила  $Q_B(x)$ ), возникающие при изгибе в однопролетной шарнирно опертой балке при действии равномерно-распределенной нагрузки, определяются по выражениям:

$$M_B(x) = \frac{qdc}{l}x(x \geq 0) - q \frac{\left[ x - \left( x_d - \frac{d}{2} \right) \right]^2}{2} \left( x > x_d - \frac{d}{2} \right) + q \frac{\left[ x - \left( x_d + \frac{d}{2} \right) \right]^2}{2} \left( x > x_d + \frac{d}{2} \right); \quad (8)$$

$$Q_B(x) = \frac{qdc}{l}(x \geq 0) - q \left[ x - \left( x_d - \frac{d}{2} \right) \right] \left( x > x_d - \frac{d}{2} \right) + q \left[ x - \left( x_d + \frac{d}{2} \right) \right] \left( x > x_d + \frac{d}{2} \right), \quad (9)$$

где  $d$  – ширина зоны приложения нагрузки, м;  $c$  – расстояние от центра зоны приложения нагрузки до опоры  $B$ , м;  $x_d$  – абсцисса центра зоны приложения нагрузки, м.

Геометрическое место линии равновесия начального очертания изгибно-жесткой нити с достаточной степенью точности описывается квадратичной функцией:

$$y_0(x) = \frac{4f_0}{l^2}x^2 - \frac{4f_0}{l}x, \quad (10)$$

где  $f_0$  – первоначальная стрела провеса, м.

Получив решение дифференциального уравнения (7) относительно прогибов, воспользуемся условием неразрывности деформаций, являющимся вторым дополнительным уравнением, позволяющим найти истинное значение распора в изгибно-жесткой нити:

$$L_0 + \Delta L(H) = L(H), \quad (11)$$

где  $L_0$  – начальная длина, м;  $\Delta L(H)$  – упругая деформация, м;  $L(H)$  – конечная длина, м.

Длина нити до приложения нагрузки равна

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx}(y_0(x) - xt \operatorname{tg} \beta) \right)^2} dx. \quad (12)$$

Под нагрузкой нить удлиняется на величину

$$\Delta L(H) = \frac{H}{EA} \int_0^l \left[ 1 + \left( \frac{Q_b(x) - Q_H(H, x)}{H} + \operatorname{tg}\beta \right)^2 \right] dx, \quad (13)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения,  $\text{м}^2$ .

Конечная длина определяется по выражению:

$$L(H) = \int_0^{l - \frac{2H}{k}} \sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx}(y(x) - xt\operatorname{tg}\beta) \right)^2} dx, \quad (14)$$

где  $k$  – жесткость упругоподатливых опор,  $\text{Н/м}$ .

После того как определены все члены уравнения неразрывности деформаций, необходимо проверить данное условие. Если условие не выполняется, то расчет дифференциального уравнения (7) следует повторить. Расчет ведется методом последовательных приближений, и итерационный процесс заканчивается только тогда, когда условие неразрывности деформаций (11) выполняется.

Далее появляется возможность определить растягивающее продольное усилие. Из рис. 1 видно, что в любой точке по длине нити конечной жесткости растягивающее продольное усилие равно сумме проекций балочной поперечной силы и распора на касательную к линии конечного очертания. Математически это записывается так:

$$T(x) = Q_b(x) \sin \alpha(x) + H \cos \alpha(x), \quad (15)$$

где  $\alpha(x)$  – угол между касательной в произвольной точке к линии конечного очертания изгибно-жесткой нити и осью абсцисс.

Тригонометрические функции угла между касательной в произвольной точке к линии конечного очертания изгибно-жесткой нити и осью абсцисс определяются по выражениям:

$$\sin \alpha(x) = \frac{\frac{d}{dx}(y(x) - xt\operatorname{tg}\beta)}{\sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx}(y(x) - xt\operatorname{tg}\beta) \right)^2}}; \quad (16)$$

$$\cos \alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx}(y(x) - xt\operatorname{tg}\beta) \right)^2}}. \quad (17)$$

Как только найдены продольное усилие и момент, возникающие в изгибно-жесткой нити, можно определить нормальные напряжения.

Минимальные нормальные напряжения:

$$\sigma_{\min}(x) = \frac{T(x)}{A} - \left| \frac{M_H(H, x)}{W} \right|, \quad (18)$$

где  $W$  – осевой момент сопротивления сечения,  $\text{м}^3$ .

Максимальные нормальные напряжения:

$$\sigma_{\max}(x) = \frac{T(x)}{A} + \left| \frac{M_H(H, x)}{W} \right|. \quad (19)$$

Общая последовательность действий при определении НДС нитей, обладающих определенной изгибной жесткостью, представлена в форме алгоритма на рис. 2 и реализована с помощью численных схем решения в проблемно-ориентированной системе компьютерного моделирования [18].

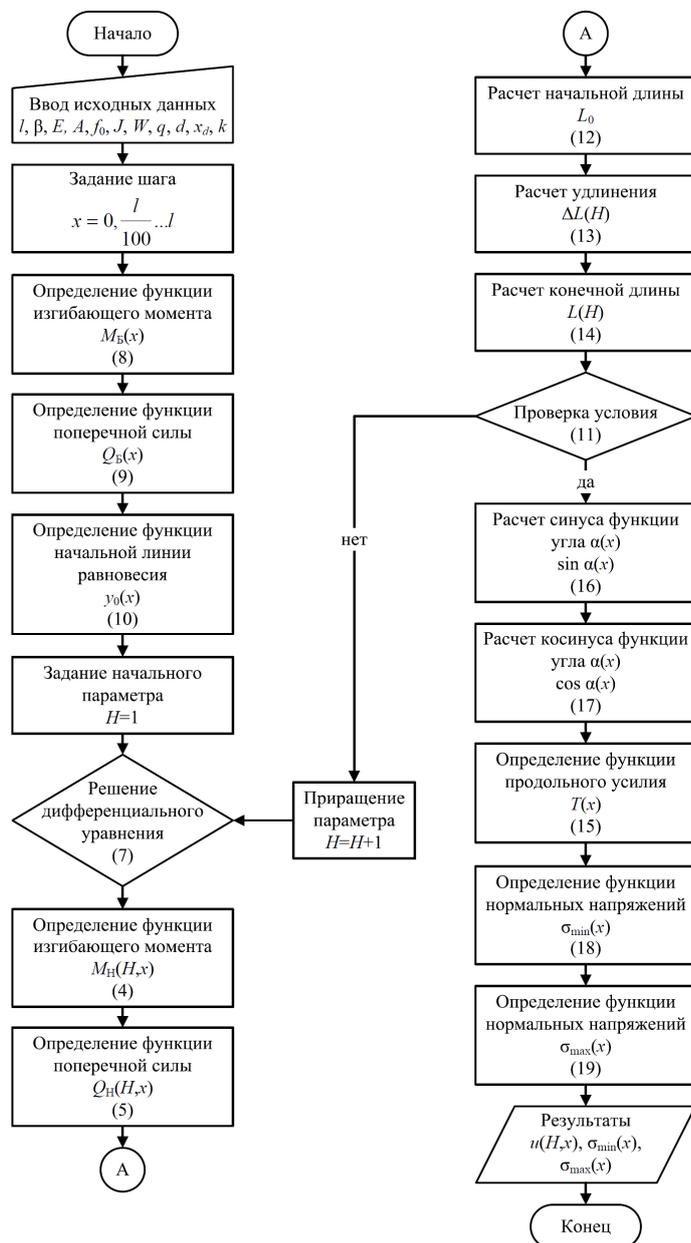


Рис. 2. Алгоритм моделирования напряженно-деформированного состояния изгибно-жестких нитей

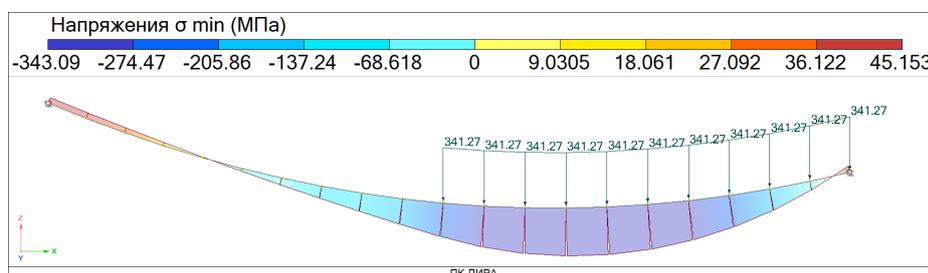
### Результаты исследования

С целью верификации предложенного алгоритма выполним сравнительный анализ НДС изгибно-жесткой нити с заданными физическими и геометрическими параметрами. Искомые напряжения и деформации определим в результате моделирования, проведенного с помощью проблемно-ориентированной системы компьютерного моделирования [18], реализующей разработанный алгоритм, а также коммерческой системы компьютерного моделирования, основанной на методе конечных элементов.

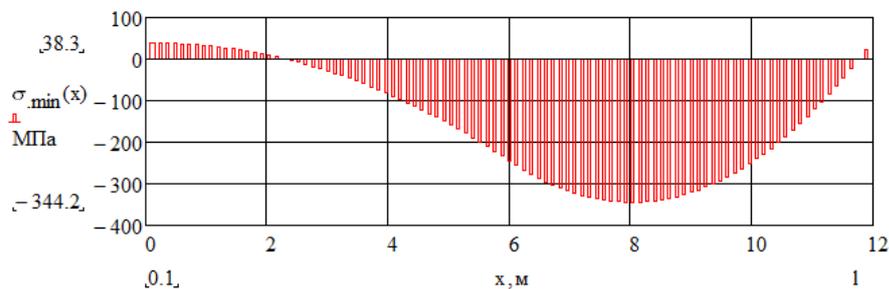
Объектом исследования для задачи верификации явилась изгибно-жесткая нить, представляющая собой стальную трубу с наружным диаметром 0,55 м и толщиной стенки 0,025 м, пролетом  $l = 12$  м, закрепленная на упруго-податливых опорах с жесткостью  $k = 100\,000$  кН/м, испытывающая равномерно-распределенную нагрузку  $q = 341,27$  кН/м на половине пролета  $d = 6$  м,  $x_d = 9$  м. Хорда, соединяющая точки крепления  $A$  и  $B$ , располагалась под углом  $\beta = 5$  град. Первоначальная стрела провеса в середине пролета  $f_0 = 1$  м. Нагрузка, вызывающая начальное очертание, отсутствовала.

В качестве коммерческой системы компьютерного моделирования, реализованной на методе конечных элементов, использовался программный комплекс ЛИРА версии 10.8 релиз 3.6. Моделирование нити с учетом изгибной жесткости велось с помощью геометрически нелинейного конечного элемента – стержня сильного изгиба (тип 309). Упруго-податливые опоры задавались одноузловыми конечными элементами упругой связи по направлению глобальной оси  $X$  (тип 56). Метод приложения нагрузки представлял собой автоматический выбор шага с поиском новых форм равновесия.

На рис. 3–5 представлены в графическом виде результаты моделирования с использованием эпюр, показывающих распределение нормальных напряжений и вертикальных перемещений в зависимости от значения абсциссы пролета изгибно-жесткой нити.

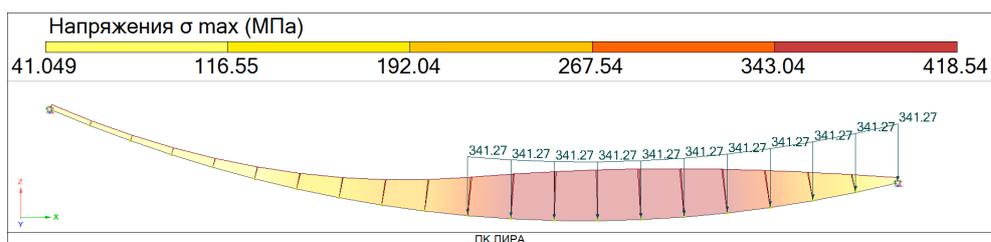


а)

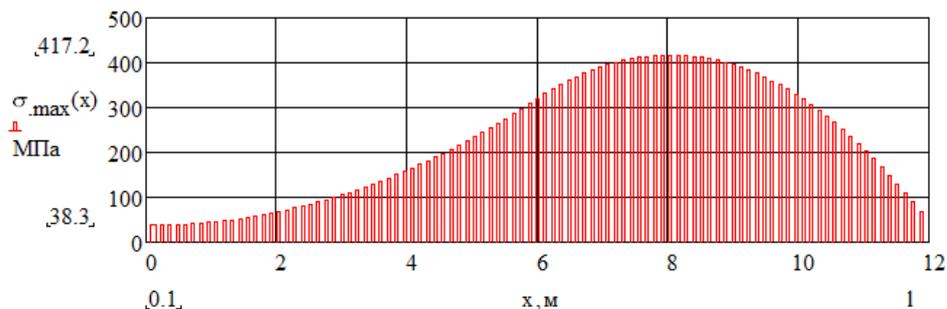


б)

Рис. 3. Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{\min}$ :  
а – метод конечных элементов; б – предложенный алгоритм

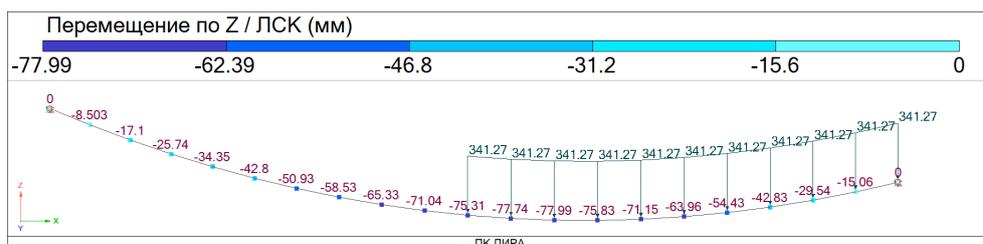


a)

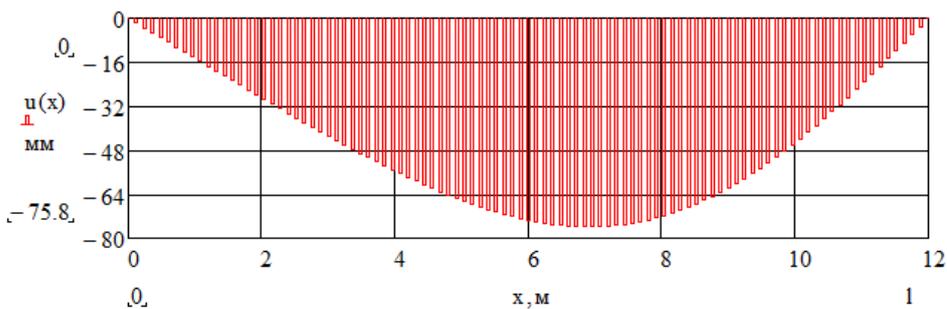


б)

Рис. 4. Эпюра нормальных напряжений  $\sigma_{\max}$ :  
а – метод конечных элементов; б – предложенный алгоритм



a)



б)

Рис. 5. Эпюра вертикальных перемещений:  
а – метод конечных элементов; б – предложенный алгоритм

В табл. 1 отражены основные критерии оценки НДС изгибно-жесткой нити, полученного в результате моделирования предложенным алгоритмом и МКЭ.

Сопоставление результатов моделирования

Критерий оценки	Предложенный алгоритм	МКЭ	Расхождение значений, %
Нормальные напряжения $\sigma_{\min}(x)$ , МПа	-344,02	-343,09	0,27
Нормальные напряжения $\sigma_{\max}(x)$ , МПа	417,2	418,54	0,32
Прогиб $u(x)$ , мм	-75,8	-77,99	2,81

Из табл. 1 видно, что значения, полученные с помощью предложенного алгоритма, хорошо согласуются с величинами напряжений и деформаций определенными с помощью общепризнанного метода конечных элементов и их расхождение не превышает 5 %, что является хорошим показателем для инженерных расчетов.

### Заключение

В статье представлены результаты комплексного исследования научно-технической проблемы расчета распределения напряжений и деформаций с учетом определенной изгибной жесткости нити при действии распределенной нагрузки с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента. В результате исследования предложен алгоритм, использование которого позволяет определить истинное НДС нитей, обладающих определенной изгибной жесткостью. Это дает возможность корректно решать задачи по расчету и конструированию, а также может привести к более широкому внедрению элементов, обеспечивающих общую прочность механических систем и работающих в основном на растяжение с частичным восприятием изгибающих моментов.

### Список литературы

1. Тарасов Д. А., Коновалов В. В., Зайцев В. Ю. Конструкция защитного сооружения от удара для железнодорожных переездов // Региональная архитектура и строительство. 2014. № 1. С. 111–117.
2. Кужахметова Э. Р. Методы расчета вант и вантовых конструкций // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова. 2019. № 2. С. 39–48. doi:10.12737/article\_5c73fc07ba7858.43737360
3. Тарасов Д. А. Комплекс программ моделирования напряженно-деформированного состояния стальных канатов // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2013. № 12. С. 114–120.
4. Кужахметова Э. Р. Напряженно-деформированное состояние цилиндрично-плитно-вантового покрытия здания (сооружения) с различными формами наружного опорного контура // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16, № 2. С. 95–110. doi:10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110
5. Тарасов Д. А. Комплекс программ моделирования работы стальных канатов при действии поперечной динамической нагрузки // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2015. № 2. С. 48–55.
6. Сафронов В. С., Доманова Ю. А. Нелинейный статический анализ висячего трубопроводного перехода на действие вертикальной временной нагрузки // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2014. № 3. С. 118–127.
7. Тарасов Д. А., Коновалов В. В., Данилов А. Л., Бобылев А. И. Определение области несущей способности гибкой нити при действии поперечного удара //

- XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2021. Т. 10, № 2. С. 40–43. doi:10.46548/21vek-2021-1054-0007
8. Тарасов Д. А., Митрохина Н. Ю., Эркебаев Э. М. Алгоритм моделирования поведения вращающейся гибкой нити в упругопластическом состоянии // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2021. № 1. С. 107–118. doi:10.21685/2227-8486-2021-1-9
  9. Кауров П. В., Тимофеев А. А. Новый способ определения перемещений стержня малой жесткости при продольно-поперечном изгибе // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2011. № 1. С. 163–171.
  10. Тарасов Д. А., Семенов Д. Ю. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибких нитей с учетом физической нелинейности // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2017. № 3. С. 175–185.
  11. Петрова Ю. Н., Вакулюк В. С., Афенченко Д. С., Катанаева Ю. А. Исследование границ применимости некоторых расчетных формул сопротивления материалов // Математическое моделирование и краевые задачи : материалы XI Всерос. науч. конф. с международным участием : в 2-х т. (Самара, 27–30 мая 2019 г.). Самара : Самарск. гос. техн. ун-т, 2019. С. 140–143.
  12. Тарасов Д. А., Липов А. В., Ирышков А. М. Исследование влияния пластических деформаций при моделировании напряженно-деформированного состояния гибкой нити // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2020. № 1. С. 98–110. doi:10.21685/2227-8486-2020-1-8
  13. Тарасов Д. А., Большаков Г. С., Коновалов В. В., Ирышков А. М. Оценка влияния конструктивной нелинейности при моделировании работы гибкой нити // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2020. Т. 9, № 2. С. 117–123. doi:10.46548/21vek-2020-0950-0022
  14. Аверин А. Н. Малые колебания жесткой нити вблизи статического положения равновесия // Строительная механика и конструкции. 2018. № 2. С. 53–66.
  15. Тарасов Д. А., Коновалов В. В., Данилов А. Л. Определение частоты вращения гибкой нити с учетом физической нелинейности при заданных допустимых напряжениях и деформациях // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2020. Т. 9, № 4. С. 10–14. doi:10.46548/21vek-2020-0951-0001
  16. Виселева Ю. О., Глыбина Е. В. Расчет жесткой нити методом Бубнова – Галеркина // Избранные доклады 60-й университетской научно-технической конференции студентов и молодых ученых, Томск, 24–25 апреля 2014 года. Томск : Томск. гос. архитектурно-строительный ун-т, 2015. С. 412–415.
  17. Захарова Л. В., Александровский М. В. Об алгоритме вариационного метода для расчета упругой непологой нити с учетом изгибной жесткости // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова. 2017. № 10. С. 84–89. doi:10.12737/article\_59cd0c5bd4bef4.35068893
  18. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020667618 Российская Федерация. Программа моделирования работы изгибно-жестких нитей в упругопластическом состоянии при воздействии статических и динамических нагрузок : № 2020667024 : заявл. 18.12.2020 : опубл. 25.12.2020 / Д. А. Тарасов, П. А. Косяков, А. Л. Данилов, О. Л. Шаповал ; заявитель Закрытое акционерное общество «Центр специальных инженерных сооружений научно-исследовательского и конструкторского института радиоэлектронной техники» (ЗАО «ЦеСИС НИКИРЭТ»).

### References

1. Tarasov D.A., Konovalov V.V., Zaytsev V.Yu. Construction of protective equipment against impact for railway crossings. *Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo = Regional architecture and construction*. 2014;(1):111–117. (In Russ.)
2. Kuzhakhmetova E.R. Methods of calculation of shrouds and cable-stayed structures. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova =*

- Bulletin of Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov.* 2019;(2):39–48. (In Russ.). doi:10.12737/article\_5c73fc07ba7858.43737360
3. Tarasov D.A. Complex of programs for modeling the stress-strain state of steel ropes. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: results of the past and problems of the present plus.* 2013;(12):114–120. (In Russ.)
  4. Kuzhakhmetova E.R. Stress-strain state of a cylindrical-plate-cable-stayed covering of a building (structure) with various forms of an external support contour. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy = Construction mechanics of engineering structures and structures.* 2020;16(2):95–110. (In Russ.). doi:10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110
  5. Tarasov D.A. A set of programs for modeling the operation of steel ropes under the action of a transverse dynamic load. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: results of the past and problems of the present plus.* 2015;(2):48–55. (In Russ.)
  6. Safronov V.S., Domanova Yu.A. Nonlinear static analysis of a hanging pipeline transition to the action of a vertical time load. *Nauchnyy vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arkhitektura = Scientific Bulletin of the Voronezh State University of Architecture and Construction. Construction and architecture.* 2014;(3):118–127. (In Russ.)
  7. Tarasov D.A., Konovalov V.V., Danilov A.L., Bobylev A.I. Determination of the carrying capacity of a flexible thread under the action of a transverse impact. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: results of the past and problems of the present plus.* 2021;10(2):40–43. (In Russ.). doi:10.46548/21vek-2021-1054-0007
  8. Tarasov D.A., Mitrokhina N.Yu., Erkebaev E.M. Algorithm for modeling the conduct of a rotating flexible thread in an elastic-plastic state. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, networks in economics, technology, nature and society.* 2021;(1):107–118. (In Russ.). doi:10.21685/2227-8486-2021-1-9
  9. Kaurov P.V., Timofeev A.A. A new method for determining the displacements of a rod of low rigidity in longitudinal-transverse bending. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya = News of the St. Petersburg University of Railway Transport.* 2011;(1):163–171. (In Russ.)
  10. Tarasov D.A., Semenov D.Yu. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible filaments taking into account physical nonlinearity. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, networks in economics, technology, nature and society.* 2017;(3):175–185. (In Russ.)
  11. Petrova Yu.N., Vakulyuk V.S., Afenchenko D.S., Katanaeva Yu.A. Investigation of the limits of applicability of some calculated formulas of resistance of materials. *Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi: materialy XI Vseros. nauch. konf. s mezhdunarodnym uchastiem: v 2-kh t. (Samara, 27–30 maya 2019 g.) = Mathematical modeling and boundary value problems : materials of the XI All-Russian Scientific Conference with international participation : in 2 vols. (Samara, May 27–30, 2019).* Samara: Samarsk. gos. tekhn. un-t, 2019:140–143. (In Russ.)
  12. Tarasov D.A., Lipov A.V., Iryshkov A.M. Investigation of the influence of plastic deformations in modeling the stress-strain state of a flexible thread. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, networks in economics, technology, nature and society.* 2020;(1):98–110. (In Russ.). doi:10.21685/2227-8486-2020-1-8
  13. Tarasov D.A., Bol'shakov G.S., Konovalov V.V., Iryshkov A.M. Evaluation of the influence of constructive nonlinearity in modeling the work of a flexible thread. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: results of the past and problems of the present plus.* 2020;9(2):117–123. (In Russ.). doi:10.46548/21vek-2020-0950-0022
  14. Averin A.N. Small oscillations of a rigid thread near the static equilibrium position. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Construction mechanics and structures.* 2018;(2):53–66. (In Russ.)

15. Tarasov D.A., Kononov V.V., Danilov A.L. Determination of the rotation frequency of a flexible thread taking into account physical nonlinearity at given permissible stresses and deformations. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego pyus = XXI century: results of the past and problems of the present plus*. 2020;9(4):10–14. (In Russ.). doi:10.46548/21vek-2020-0951-0001
16. Viseleva Yu.O., Glybina E.V. Calculation of rigid thread by Bubnov – Galerkin method. *Izbrannye doklady 60-y universitetskoj nauchno-tekhnicheskoy konferentsii studentov i molodykh uchenykh, Tomsk, 24–25 aprelya 2014 goda = Selected reports of the 60th University Scientific and Technical Conference of Students and Young Scientists, Tomsk, April 24–25, 2014*. Tomsk: Tomsk. gos. arkhitekturno-stroitel'nyy unt, 2015:412–415. (In Russ.)
17. Zakharova L.V., Aleksandrovskiy M.V. On the algorithm of the variational method for calculating elastic non-elastic thread taking into account bending stiffness. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova = Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov*. 2017;(10):84–89. (In Russ.). doi:10.12737/article\_59cd0c5bd4bef4.35068893
18. Certificate of state registration of the computer program No. 2020667618 Russian Federation. Program for modeling the work of flexural-rigid filaments in an elastic-plastic state under the influence of static and dynamic loads. No. 2020667024; appl. 18.12.2020; publ. 25.12.2020. D.A. Tarasov, P.A. Kosyakov, A.L. Danilov, O.L. Shapoval; applicant Closed Joint Stock Company "Center for Special Engineering Structures of the Research and Design Institute of Radioelectronic Equipment" (CJSC "CeSIS NIKIRET"). (In Russ.)

#### **Информация об авторах / Information about the authors**

**Денис Александрович Тарасов**  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры автоматизированных систем  
безопасности,  
Пензенский государственный  
университет  
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
E-mail: tarasov.denis.penza@gmail.com

**Denis A. Tarasov**  
Candidate of technical sciences,  
associate professor of the sub-department  
of automated security systems,  
Penza State University  
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Наталья Юрьевна Митрохина**  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры теоретической и прикладной  
механики и графики,  
Пензенский государственный  
университет  
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
E-mail: natenal@yandex.ru

**Natalia Yu. Mitrokhina**  
Candidate of technical sciences,  
associate professor of the sub-department  
of theoretical and applied mechanics  
and graphics,  
Penza State University  
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Екатерина Вячеславовна Маньченкова**  
магистрант,  
Пензенский государственный  
университет  
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
E-mail: ekaterina.manchenkova@mail.ru

**Ekaterina V. Manchenkova**  
Master degree student,  
Penza State University  
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /  
The authors declare no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию/Received 27.12.2021**  
**Поступила после рецензирования/Revised 16.02.2022**  
**Принята к публикации/Accepted 04.03.2022**